

Fiche de trigonométrie

1 Lignes trigonométriques des angles remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0

2 Formules élémentaires

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \cotan x = \frac{1}{\tan x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad 1 + \cotan^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

3 Formules de symétrie et de déphasage

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

4 Formules d'addition

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

5 Formules de duplication et de linéarisation

$$\begin{aligned}\cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2 \cos^2 x - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 x\end{aligned}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

6 Lignes trigonométriques en fonction de l'angle moitié

$$t = \tan \frac{x}{2}, \text{ alors } \cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad \sin x = \frac{2t}{1 + t^2}, \quad \tan x = \frac{2t}{1 - t^2}$$

7 Transformation produit-somme et somme-produit

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \times \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \times \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \times \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \times \cos \frac{p+q}{2}$$

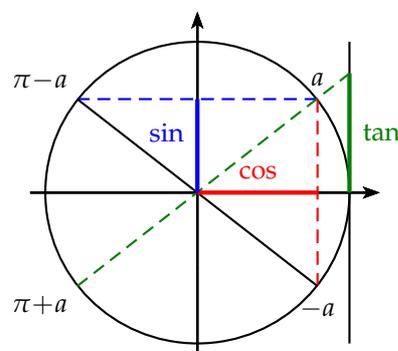
8 Équations trigonométriques

- Équations élémentaires

$$\sin a = \sin b \Leftrightarrow \begin{cases} b = a + 2k\pi \text{ ou} \\ b = (\pi - a) + 2k\pi \end{cases}$$

$$\cos a = \cos b \Leftrightarrow \begin{cases} b = a + 2k\pi \text{ ou} \\ b = -a + 2k\pi \end{cases}$$

$$\tan a = \tan b \Leftrightarrow b = a + k\pi$$

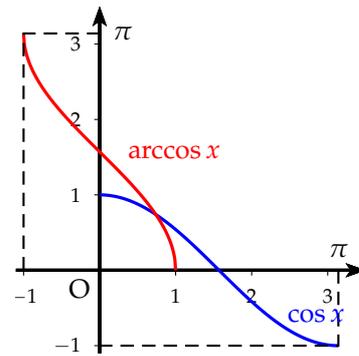
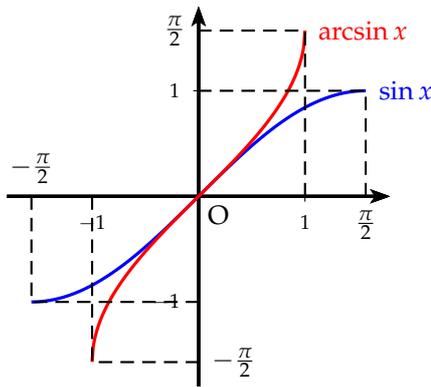


- Équations du type $a \cos x + b \sin y = c$, on transforme la forme en :

$$\sqrt{a^2 + b^2} \cos(x + \varphi) = c \quad \text{ou} \quad \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \psi) = c$$

9 Fonctions trigonométriques réciproques

$$\begin{aligned} \arcsin : [-1 ; 1] &\rightarrow \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right], & y = \arcsin x &\Leftrightarrow x = \sin y \\ \arccos : [-1 ; 1] &\rightarrow [0 ; \pi], & y = \arccos x &\Leftrightarrow x = \cos y \\ \arctan : \mathbb{R} &\rightarrow \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[, & y = \arctan x &\Leftrightarrow x = \tan y \end{aligned}$$



$$\begin{array}{l|l} \forall x \in [-1 ; 1], & \sin(\arcsin x) = x \\ \forall x \in [-1 ; 1], & \cos(\arccos x) = x \\ \forall x \in \mathbb{R}, & \tan(\arctan x) = x \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l|l} \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right], & \arcsin(\sin x) = x \\ \forall x \in [0 ; \pi], & \arccos(\cos x) = x \\ \forall x \in \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[, & \arctan(\tan x) = x \end{array} \right.$$

10 Dérivées des fonctions circulaires

fonction	dérivée	$D_{f'}$	réciproque	dérivée	$D_{f'}$
$\sin x$	$\cos x$	\mathbb{R}	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] -1 ; 1[$
$\cos x$	$-\sin x$	\mathbb{R}	$\arccos x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] -1 ; 1[$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x$	$\left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$	$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$	\mathbb{R}

11 Périodicité

- $\sin x$, période : 2π | • $\cos x$, période : 2π | • $\tan x$, période : π
- $\sin \omega x$, période : $\frac{2\pi}{\omega}$ | • $\cos \omega x$, période : $\frac{2\pi}{\omega}$ | • $\tan \omega x$, période : $\frac{\pi}{\omega}$