# Chapitre 28 : Dénombrement

## A) Bases sur le cardinal

- Définition cardinal, unicité de la définition
- Sous-ensembles et cardinal
- Opérations sur les ensembles finis (réunion disjointe, complémentaire, réunion disjointe de plusieurs ensembles, union non disjointe)
- Application entre ensembles finis, injectité, surjectivité, bijectivité, principe des tiroirs

## B) Dénombrements classiques et méthodes

- Produit cartésien
- Ensembles d'applications et ensemble des parties
- Arrangements,injections et permutations
- Combinaisons (application vu Mardi sur les propriétés des coefficients binomiaux)
- Methodes de dénombrements additives, multiplicatives, compter la même chose plusieurs fois, etc.

# Questions de cours :

- **1)** Soit $E$ et $F$ deux ensembles, avec $E$ fini.
  Si $f$ est une injection de $E$ dans $F$, alors l'ensemble $f(E)$ est fini et card $(f(E)) = \text{card}(E)$.

  **2)** Soit $E$ et $F$ deux ensembles, avec $E$ fini. Si $f$ est une application de $E$ dans $F$, alors l'ensemble $f(E)$ est fini et card $(f(E)) \leqslant \text{card}(E)$.
  De plus, on a card $(f(E)) = \text{card}(E)$ si, et seulement si, $f$ est injective.
- On montrera les résultats suivants :
  **1)** Si $p \in \mathbb{N}^*$, alors le nombre de $p$-arrangements d'un ensemble de cardinal $n$ est :
  $$n(n-1)\cdots(n-p+1).$$
  Si $1 \leqslant p \leqslant n$, il est donc égal à $\frac{n!}{(n-p)!}$.

  **2)** Le nombre d'injections d'un ensemble $E$ de cardinal $p$ dans un ensemble $F$ de cardinal $n$ est $n(n-1)\cdots(n-p+1)$.

  **3)** Si card $(E) = \text{card}(F) = n$, le nombre de bijections de $E$ sur $F$ est $n!$.
- **1)** Soit $k, p$ et $n$ des entiers tels que $0 \leqslant k \leqslant p \leqslant n$. Dénombrer de deux manières différentes l'ensemble des couples $(A, B)$ de parties d'un ensemble $E$ de cardinal $n$ telles que card $A = k$, card $B = p$ et $A \subset B$.

  **2)** En déduire le cardinal de l'ensemble des couples $(A, B)$ avec $A \subset B$ dans $E$.
- On réalisera les exercices suivants :
  **1)** (Exercice 3 de la feuille de TD 27) : Une urne contient 5 boules blanches et 8 boules noires. On tire successivement avec remise 6 boules de l'urne. Les boules blanches sont numérotées de 1 à 5 et les boules noires de 6 à 13.
  - a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
  - b) Déterminer le nombre de tirages comportant 5 boules noires et une boule blanche.
  - c) Déterminer le nombre de tirages comportant au plus une boule noire
  - d) Déterminer le nombre de tirages comportant au moins une boule blanche.

  **2)** (Exercice 15 de la feuille de td 27)
  - a) Dénombrer le nombre d'anagrammes de "orange"
  - b) Dénombrer le nombre d'anagrammes de "ananas"