Programme de colle n°3

Chapitre 4 : Fonctions de la variables réelle

A) Généralités sur les fonctions

- Définition de la notion de fonction, espace de départ (l'espace d'arrivée est pour l'instant fixé à $\mathbb{R}$ ou éventuellement un sous-ensemble de $\mathbb{R}$).
- Domaine de définition d'une fonction.
- Réprésentation graphique, premiers exemple (la représentation graphique est vue comme une aide à l'intuition.)
- Opérations sur les fonctions (sommes, produits,quotients,composées)
- Fonctions paires/impaires : Def, propriétés, lien avec la représentation graphique
- Fonctions périodiques(def,ex du sin,cos,$x \mapsto x - \lfloor x \rfloor$, la définition de période minimale n'a pas été abordé, lien avec la représentation graphique.)
- La somme/le produit de fonctions T-périodique pour $T > 0$ est T-périodique mais la somme de fonctions périodique n'est pas périodique en général.
- Fonctions croissantes, décroissantes, str croissantes, str décroissantes, monotones...
- Fonctions majorées, minorées, admettant un maximum, un minimum...
- Asymptotes verticales, horizontales, obliques (le calcul de limite en lui même n'a pas été trop exploré pour l'instant.)
- Perturbations de fonctions et leut impact sur la représentation graphique (translations,symétries,...)

B) Dérivabilité d'une fonction de la variable réelle

- Notion de fonction dérivable, nombre dérivée, équation de la tangente
- Domaine de dérivabilité
- Dérivées partielles (juste la notion).
- Opérations sur les fonctions dérivables (sommes, produit, quotient, composées,..)
- Rappel des dérivées classiques.

C) Lien entre dérivation et variations

- Définition extrema local
- Propriétés sur dérivées et variations
- Propriétés sur dérivées et extremas

D) Bijectivité, Continuité et Dérivabilité

- Fonction injective, surjective, bijective (pour une fonction générale)
- Lien entre la stricte monotonie et l'injectivité
- Fonctions continues (def avec des limites, la notion de limite n'a pas encore été explicitée)
- Une fonction dérivable est continue
- Contre-exemple de la fonction racine et de la fonction valeur absolue pour la réciproque.
- TVI et théorème de la bijection.

E) Dérivées d'ordre supérieur

- Définition des dérivées n-ièmes, d'être n fois dérivable, fonctions de classe C_1, de classe C_n...

F) Etude de fonctions

- Méthode pour l'étude de fonctions
- Exemple de $x \mapsto \frac{x^2+1}{x+2}$.

Le chapitre sur les fonctions usuelles (ch, sh,arcos,arcsin,...) n'a pas encore été traité.

Chapitre 5 : Trigonométrie

A) Cercle trigonométrique

- Définitiion cercle trigonométrique
- Symétries sur le cercle trigonométrique
- Congruences sur $\mathbb{R}$

B) Fonctions sinus et cosinus.

- Définitions à partir du cercle trigonométrique
- Premières propriétés : $sin^2 + cos^2 = 1$,cos et sin sont majorées par 1 et minorées par 1.
- cos et sin positifs sur $[0, \frac{\pi}{2}]$. (preuve graphique)
- Formules cos et sin : formules de symétrie,formule d'adddition,valeurs remarquables.
- Formules de duplication, Formule des linéarisation.
- Equations et inéquations trigonométriques.
- Dérivabilité des fonctions cos et sin

C) Fonction tangente

- Définition, ensemble de définition.
- imparité de la tangente,périodicité
- Valeurs remarquables.
- Formule d'addition
- Formule de l'angle moitié.

Questions de cours :

- Etude complète et tracé de la fonction $x \mapsto \sin^2(x) + \cos(x)$.
- **1)** Pour $x \not\equiv \pi[2\pi]$ écrire $\cos(x)$ et $\sin(x)$ en fonction de $t = \tan(\frac{x}{2})$ (et le redémontrer).
  2) Redonner et démontrer la formule d'addition de la tangente.
- Pour $x \in \mathbb{R}$, donner les valeurs de $\cos(x+2\pi)$, $\cos(x+\pi)$, $\cos(\frac{\pi}{2}-x)$, $\cos(-x)$, $\cos(\pi-x)$, $\cos(x+\frac{\pi}{2})$ (et de même pour sin) en le justifiant de manière géométrique. Pour $\cos(x+\frac{\pi}{2})$ et $\sin(x+\frac{\pi}{2})$ on pourra partir de l'expression de $\cos(\frac{\pi}{2}-x)$.
- Résoudre une équation ou inéquation trigonométrique (au choix du colleur).
- **1)** Preuve géométrique de la formule d'addition de sin et cos.
  2) En déduire les formules de linéarisations.