

Chapitre 4 : Fonctions de la variables réelle

A) Généralités sur les fonctions

- Définition de la notion de fonction, espace de départ (l'espace d'arrivée est pour l'instant fixé à \mathbb{R} ou éventuellement un sous-ensemble de \mathbb{R}).
- Domaine de définition d'une fonction.
- Représentation graphique, premiers exemple (la représentation graphique est vue comme une aide à l'intuition.)
- Opérations sur les fonctions (sommés, produits, quotients, composées)
- Fonctions paires/impaires : Def, propriétés, lien avec la représentation graphique
- Fonctions périodiques (def, ex du $\sin, \cos, x \mapsto x - [x]$, la définition de période minimale n'a pas été abordé, lien avec la représentation graphique.)
- La somme/le produit de fonctions T -périodique pour $T > 0$ est T -périodique mais la somme de fonctions périodique n'est pas périodique en général.
- Fonctions croissantes, décroissantes, str croissantes, str décroissantes, monotones...
- Fonctions majorées, minorées, admettant un maximum, un minimum...
- Asymptotes verticales, horizontales, obliques (le calcul de limite en lui même n'a pas été trop exploré pour l'instant.)
- Perturbations de fonctions et leur impact sur la représentation graphique (translations, symétries,...)

B) Dérivabilité d'une fonction de la variable réelle

- Notion de fonction dérivable, nombre dérivée, équation de la tangente
- Domaine de dérivabilité
- Dérivées partielles (juste la notion).
- Opérations sur les fonctions dérivables (sommés, produit, quotient, composées,...)
- Rappel des dérivées classiques.

C) Lien entre dérivation et variations

- Définition extrema local
- Propriétés sur dérivées et variations
- Propriétés sur dérivées et extremas

D) Bijectivité, Continuité et Dérivabilité

- Fonction injective, surjective, bijective (pour une fonction générale)
- Lien entre la stricte monotonie et l'injectivité
- Fonctions continues (def avec des limites, la notion de limite n'a pas encore été explicitée)
- Une fonction dérivable est continue
- Contre-exemple de la fonction racine et de la fonction valeur absolue pour la réciproque.
- TVI et théorème de la bijection.

E) Dérivées d'ordre supérieur

- Définition des dérivées n -ièmes, d'être n fois dérivable, fonctions de classe C_1 , de classe C_n ...

F) Etude de fonctions

- Méthode pour l'étude de fonctions
- Exemple de $x \mapsto \frac{x^2+1}{x+2}$.

Le chapitre sur les fonctions usuelles (ch, sh, arcs, arcsin,...) n'a pas encore été traité.

Chapitre 5 : Trigonométrie

A) Cercle trigonométrique

- Définition cercle trigonométrique
- Symétries sur le cercle trigonométrique
- Congruences sur \mathbb{R}

B) Fonctions sinus et cosinus.

- Définitions à partir du cercle trigonométrique
- Premières propriétés : $\sin^2 + \cos^2 = 1$, \cos et \sin sont majorés par 1 et minorés par -1.
- \cos et \sin positifs sur $[0, \frac{\pi}{2}]$. (preuve graphique)

- Formules cos et sin : formules de symétrie, formule d'addition, valeurs remarquables.
- Formules de duplication, Formule des linéarisations.
- Equations et inéquations trigonométriques.
- Dérivabilité des fonctions cos et sin

C) Fonction tangente

- Définition, ensemble de définition.
- imparité de la tangente, périodicité
- Valeurs remarquables.
- Formule d'addition
- Formule de l'angle moitié.

Questions de cours :

- Etude complète de la fonction $x \mapsto \frac{x^2+1}{x+2}$.
- Pour $x \neq \pi[2\pi]$ écrire $\cos(x)$ et $\sin(x)$ en fonction de $t = \tan(\frac{x}{2})$ (et le redémontrer).
- Montrer de 2 façons différentes que $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$ (preuve géométrique et preuve par la dérivée).
- Pour $x \in \mathbb{R}$, donner les valeurs de $\cos(x + \pi)$, $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$, $\cos(-x)$, $\cos(\pi - x)$, $\cos(x + \frac{\pi}{2})$ (et de même pour sin) en le justifiant de manière géométrique. Pour $\cos(x + \frac{\pi}{2})$ et $\sin(x + \frac{\pi}{2})$ on pourra partir de l'expression de $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$.
- Résoudre une équation trigonométrique (au choix du colleur).
- Rédémontrer les formule de linéarisations (pour cos et sin) ainsi que la formule d'addition de la tangente à partir de la formule d'addition du cos et du sin.