

## Chapitre 11 : Nombres réels et suites numériques

### D) Caractérisations séquentielles

- Caractérisation séquentielle de la densité.
- Caractérisation séquentielle de la borne supérieure

### E) Suites complexes

- Définitions liées aux suites complexes (partie imaginaire, partie réelle, conjugué, module)
- Adaptation des théorèmes précédents aux suites complexes
- Les propriétés dépendant de la relation d'ordre ne sont pas conservées sur  $\mathbb{C}$  (qui n'a pas de relation d'ordre naturelle).
- Théorème de Bolzano Weierstrass sur les suites complexes.

### F) Suites particulières

- Suites géométriques, arithmétiques, arithmético-géométriques
- Suite récurrentes linéaires d'ordre 2, cas complexe et cas réel

## Chapitre 12 : Structures algébriques

### A) Loi de composition interne

- Définition, loi associative, commutative, distributivité entre loi.
- Def élément neutre, unicité si existence.
- Def élément symétrisable à gauche, à droite et juste symétrisable.
- Unicité du symétrique pour une loi associative. Symétrique du produit.
- Notations additives et multiplicatives
- Itéré d'un élément ( $x^n$  ou  $nx$ )
- Parties stables, loi induite.
- Loi produit

### B) Groupes

- Définition, exemples, groupe abélien/commutatif.
- Groupe des permutations d'un ensemble.
- Sous-groupes, exemples
- Morphismes de groupe
- Propriétés de bases des morphismes
- Noyau et image d'un morphisme.
- pour  $f$  morphisme de groupe,  $f$  injectif  $\Leftrightarrow \ker f = \{e\}$

## Questions de cours :

- Preuve de la caractérisation séquentielle de la densité et de la borne supérieure.
- Recherche du terme général d'une suite arithmético-géométrique et d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- Soit  $f$  morphisme de groupe de  $G$  vers  $G'$ . Montrer les 3 propriétés suivantes :
  - $f(e) = e'$ ,
  - $\forall x \in G (f(x))^{-1} = f(x^{-1})$ ,
  - $\forall x \in G \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (f(x))^n = f(x^n)$ .
- Soit  $(G, *)$  et  $(G', +)$  deux groupes et  $f : G \rightarrow G'$  un morphisme de groupes. Montrer que pour tout sous-groupe  $H$  de  $G$ ,  $f(H)$  est un sous-groupe de  $G'$ . En déduire que  $Im(f)$  est un sous-groupe de  $G'$
- Soit  $(G, *)$  et  $(G', +)$  deux groupes et  $f : G \rightarrow G'$  un morphisme de groupes. Montrer que pour tout sous-groupe  $H'$  de  $G'$ ,  $f^{-1}(H')$  est un sous-groupe de  $G$ . En déduire que  $\ker f$  est un sous-groupe de  $G$ .