

Chapitre 11 : Nombres réels et suites numériques

D) Caractérisations séquentielles

- Caractérisation séquentielle de la densité.
- Caractérisation séquentielle de la borne supérieure

E) Suites complexes

- Définitions liées aux suites complexes (partie imaginaire, partie réelle, conjugué, module)
- Adaptation des théorèmes précédents aux suites complexes
- Les propriétés dépendant de la relation d'ordre ne sont pas conservées sur \mathbb{C} (qui n'a pas de relation d'ordre naturelle).
- Théorème de Bolzano Weierstrass sur les suites complexes.

F) Suites particulières

- Suites géométriques, arithmétiques, arithmético-géométriques
- Suite récurrentes linéaires d'ordre 2, cas complexe et cas réel

Chapitre 12 : Structures algébriques

A) Loi de composition interne

- Définition, loi associative, commutative, distributivité entre loi.
- Def élément neutre, unicité si existence.
- Def élément symétrisable à gauche, à droite et juste symétrisable.
- Unicité du symétrique pour une loi associative. Symétrique du produit.
- Notations additives et multiplicatives
- Itéré d'un élément (x^n ou nx)
- Parties stables, loi induite.
- Loi produit

B) Groupes

- Définition, exemples, groupe abélien/commutatif.
- Groupe des permutations d'un ensemble.
- Sous-groupes, exemples
- Morphismes de groupe
- Propriétés de bases des morphismes
- Noyau et image d'un morphisme.
- pour f morphisme de groupe, f injectif $\Leftrightarrow \ker f = \{e\}$

Questions de cours :

- Preuve de la caractérisation séquentielle de la densité et de la borne supérieure.
- Recherche du terme général d'une suite arithmético-géométrique et d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- Soit f morphisme de groupe de G vers G' . Montrer les 3 propriétés suivantes :
 - a) $f(e) = e'$,
 - b) $\forall x \in G (f(x))^{-1} = f(x^{-1})$,
 - c) $\forall x \in G \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (f(x))^n = f(x^n)$.
- Soit $(G, *)$ et $(G', +)$ deux groupes et $f : G \rightarrow G'$ un morphisme de groupes. Montrer que pour tout sous-groupe H de G , $f(H)$ est un sous-groupe de G' . En déduire que $\text{Im}(f)$ est un sous groupe de G'
- Soit $(G, *)$ et $(G', +)$ deux groupes et $f : G \rightarrow G'$ un morphisme de groupes. Montrer que pour tout sous-groupe H' de G' , $f^{-1}(H')$ est un sous-groupe de G . En déduire que $\ker f$ est un sous-groupe de G .