Chapitre 5 : Trigonométrie

A) Cercle trigonométrique

- Définitiion cercle trigonométrique
- Symétries sur le cercle trigonométrique
- Congruences sur $\mathbb{R}$

B) Fonctions sinus et cosinus.

- Définitions à partir du cercle trigonométrique
- Premières propriétés : $\sin^2 + \cos^2 = 1$,cos et sin sont majorées par 1 et minorées par 1.
- cos et sin positifs sur $[0, \frac{\pi}{2}]$. (preuve graphique)
- Formules cos et sin : formules de symétrie,formule d'adddition,valeurs remarquables.
- Formules de duplication, Formule des linéarisation.
- Equations et inéquations trigonométriques.
- Dérivabilité des fonctions cos et sin

C) Fonction tangente

- Définition, ensemble de définition.
- imparité de la tangente,périodicité
- Valeurs remarquables.
- Formule d'addition
- Formule de l'angle moitié.

Chapitre 6 : Nombres complexes

A) L'ensemble des nombres complexes

- Définition de l'ensemble des nombres complexes
- i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$
- Unicité de la décomposition d'un complexe comme $x + iy, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$
- Partie réelle et partie imaginaire d'un nombre complexe (forme algébrique)
- Produit, somme, inverse dans les complexe
- Le binôme de Nexton,la formule de factorisation, la somme des termes d'une suite géométrique restent valables pour les complexes.
- $zz' = 0 \Rightarrow z = 0$ ou $z \neq 0$.
- Représentation géométrique (affixe d'un point du plan, d'un vecteur du plan)

B) Conjugaison et module d'un nombre complexe

- Définition et interprétation géométrique du conjugué
- Conjugué produit, somme, inverse, quotient,...
- $\Re(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ et $\Im(z) = \frac{z-\overline{z}}{2i}$.
- Conséquence : $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \overline{z}$ et $z \in i\mathbb{R}$(Imaginaire pur) $\Leftrightarrow z = -\overline{z}$
- Exemple : $P(\overline{z}) = \overline{P(z)}$ pour P fonction polynomiale.
- Définition module d'un nombre complexe (2 définitions, avec Re et Im et avec les conjugués)
- Lien géométrique (description d'un cercle et d'un disque)
- Module du produit,du quotient, de l'inverse, du conjugué.
- Inégalité triangulaire sur les complexes, cas d'égalité
- Vision géométrique de l'inégalité triangulaire.

C)Nombres complexes de module 1

- Ensemble $\mathbb{U}$.
- produit d'éléments de $\mathbb{U}$, quotient.
- Inverse/conjugué d'éléments de $\mathbb{U}$.
- Pour $\theta \in \mathbb{R}$, introduction de la notation $e^{i\theta}$
- Premières propriétés

- produit, quotient, inverse d'éléments de la forme $e^{i\theta}, \theta \in \mathbb{R}$.
- Formule d'Euler, de l'angle moitié, de Moivre
- Application à la linéarisation (les applications de Moivre seront vues Lundi).

Questions de cours :

- Preuve de $\lim_{h\to 0} \frac{sin(h)}{h} = 1$ (preuve géométrique) et en déduire $\lim_{h\to 0} \frac{cos(h)-1}{h} = 0$.
- Preuve de l'inégalité triangulaire sur les complexes (i.e. $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}, |z_1 + z_2| \leq |z_1||z_2|$ + preuve du cas d'égalité de l'inégalité triangulaire.
- Preuve de la formule d'Euler + Linéarisation de $\cos^5(\theta), \theta \in \mathbb{R}$.
- Preuve de la formule de Moivre et application au calcul de $\sin(4x)$ et $\cos(4x)$ (Vu en cours Lundi 16/10).
- Preuve formules pour le module du produit,du quotient, et du conjugué de nombres complexes.