Chapitre 17 : Relations binaires

A) Familles d'éléments d'un ensemble

- Définition famille d'éléments d'un ensemble
- Famille d'éléments distincts
- Famille de parties d'un ensemble
- Union et intersection d'une famille d'ensemble
- Recouvrement disjoints et partition d'un ensemble

B) Relations binaires

- Défintion relations binaires
- Premiers exemples
- Réflexivité, symétrie, anti-symétrie, transitivité
- Relation d'équivalence
- Classes d'équivalences d'une relation d'équivalence, représentants
- Les classes d'équivalences d'une relation sur E forment une partition de E.
- Définition Relation d'ordre
- Ordre strict, ordre total, ordre partiel
- Maximum et minimum de parties d'un ensemble ordonné.
- Majorant, minorant, borne inférieur, borne supérieure.

Chapitre 18 : Arithmétique

A) Divisibilité sur $\mathbb{Z}$

- Notion de divisibilité
- Couple d'entiers associés
- Divisibilité et division euclidienne.

B) PGCD,PPCM

- Définition PGCD, premières propriétés
- Algorithme d'Euclide étendu (donnant également les coefficients de Bézout)
- Terminaison de l'algorithme, vérification qu'il renvoit le PGCD et les coefficients de Bézout.
- Existence d'une relation de Bézout
- Conséquences de la relation de Bézout

Questions de cours :

- Montrer que :
  (a) une fonction dérivable est convexe si et seulement si sa dérivée est croissante
  b) Une fonction convexe dérivable est au dessus de ses tangentes.
- On prouvera les deux résultats suivants
  1) Soit E un ensemble, soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence sur E, et soit $(C, C') \in \mathcal{P}(E)^2$ deux classes d'équivalence modulo $\mathcal{R}$. On a :
    a) soit $C = C'$;
    b) soit $C \cap C' = \emptyset$.
  2) Soit E un ensemble et $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence sur E. Les classes d'équivalence modulo $\mathcal{R}$ forment une partition de E.
- a) Montrer l'existence et l'unicité du quotient et du reste de la division euclidienne dans $\mathbb{N}$.
  b) Montrer que si $b \neq 0$ $a = bq + r \in \mathbb{Z}$ avec (q, r) le quotient et reste de la division euclidienne de a par b alors $a \wedge b = b \wedge r$.
- a) Montrer la terminaison et correction de l'algorithme d'Euclide étendu
  b) Montrer que les suites $(a_n), (u_n), (v_n)$ construites dans l'algorithme vérifient $\forall n \in \mathbb{N}, a_n = au_n + bv_n$ et en déduire l'existence d'une relation de Bézout.