Chapitre 6 : Nombres complexes

D) Forme trigonométrique et exponentielle complexe

- Définition argument
- Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique
- Lien entre représentation géométrique et forme trigonométrique
- Définition de l'exponentielle complexe, module et argument de $\exp(z)$.
- Exponentielle complexe d'une somme
- Résolution d'équations du type $\exp(z) = z', z, z' \in \mathbb{C}$
- $\exp(z) = \exp(z') \Leftrightarrow z = z' + 2ik\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Surjectivité de l'exponentielle complexe de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}^*$.

E)Résolutions d'équations algébrique dans $\mathbb{C}$

- Racines d'un nombre complexes (2 racines pour un nombre non nul)
- Tout nombre complexe a deux racines opposées
- Méthode trigonométrique et algébrique pour trouver les racines d'un nombre complexe
- Résolution d'équations de degré 2 dans C.
- Définition racines n-ièmes de l'unité, théorème sur les racines n-ièmes de l'unité.
- Racine n-ième d'un nombre complexe général.
- Somme des racines complexes de l'unité.

F) Lien entre les nombres complexes et la géométrie (suite)

Lien entre les affixes de points, de vecteurs et l'alignement de points, l'orthogonalité de vecteurs, le parallélisme de droites.

Transformations du plan complexe : homotéthies,translations,rotations. Lien entre ces applications du plan et l'application associée dans les complexes.

Similitudes directes. Caractérisation des simplitudes directes (homotéthies,rotations,translations ou composées de rotation et homotéthies).

Chapitre 7 : Fonctions usuelles

A) Logarithme et exponentielle

- Défintion logarithme comme primitive de la fonction inverse.
- Propriétes logarithme, pour $a, b \in \mathbb{R}^+, n \in \mathbb{N}, \ln(ab), \ln(\frac{a}{b}), \ln(a^n)$.
- Etude de la fonction ln.
- Pour $x \in]-1, +\infty[$, $\ln(1+x) \leq x$.
- Bijectivité de la fonction logarithme.
- Définition exponentielle comme bijection réciproque de la fonction logarithme.
- $\exp(a+b), \exp(na), n \in \mathbb{N}, \exp(a-b)$.
- Etude de la fonction exp
- $\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) \geq 1 + x$
- Tracé des deux fonctions

B) Fonctions puissances

- Définîtion fonctions puissances par $x \mapsto \exp(a\ln(x))$.. Notation φ_a
- Extension des propriétés des fonctions puissances entières aux fonctions puissances en général $(\ln(x^a), x^{a+b}, x^a y^a \cdots)$
- Définition prolongement et restrictions.
- Prolongement par continuité en 0 pour les φ_a avec $a \geq 0$.+ dérivabilité (ou non) de ces fonctions puissances en 0.
- Etude complète des fonctions puissances avec disjonction de cas $(a > 1, a = 1, 0 < a < 1, a = 0, a < 0)$.
- Théorèmes de croissances comparées (vu à la rentrée)

Questions de cours :

- Preuve des solutions d'une équation complexe de degré 2 + application à un polynome de degré 2 complexe.

- Preuve que les racines n-ième de l'unité sont exatement les $\exp(\frac{2ik\pi}{n}), k \in \{0, \cdots, n-1\}$.

- Montrer qu'une similitude directe est soit :
  a) Une translation
  b) Une rotation
  c) Une homotéthie
  d) La composition d'une homotéthie et d'une rotation.

  Application à la caractérisation d'une similitude directe au choix du colleur.
- Soit $(x, y) \in \mathbb{R}_+^*$, montrer que $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ (on a défini ln comme l'unique primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui s'annulle en 1) et en déduire :
  1) $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$
  2) Si $n \in \mathbb{N}, \ln(x^n) = n\ln(x)$ (on explicitera le raisonnement)
- Etude et tracé des fonctions puissances $\varphi_a : x \mapsto x^a$ (on fera la distinction entre $a > 1, 0 < a < 1$ et $a < 0$,$a = 0$ et $a = 1$ en précisant lesquelles sont prolongeable par continuité en 0 et parmi celles-ci lesquelles sont dérivables en 0.)