fancybox

Chapitre 7 : Fonctions usuelles

B) Fonctions puissances

- Définîtion fonctions puissances par $x \mapsto \exp(a\ln(x))$.. Notation φ_a
- Extension des propriétés des fonctions puissances entières aux fonctions puissances en général $(\ln(x^a), x^{a+b}, x^a y^a \cdots)$
- Définition prolongement et restrictions.
- Prolongement par continuité en 0 pour les φ_a avec $a \geq 0$.+ dérivabilité (ou non) de ces fonctions puissances en 0.
- Etude complète des fonctions puissances avec disjonction de cas $(a > 1, a = 1, 0 < a < 1, a = 0, a < 0)$.
- Théorèmes de croissances comparées.

C)Fonctions circulaires (directes et réciproques)

- Etudes des fonctions $\cos, \sin, \tan$
- Définition des fonctions bijectives réciproques
- Etude des fonctions bijectives réciproques.
- Cas où $\arcsin(\sin(x)) = x$, où $\arccos(\cos(x)) = x$, où $\arctan(\tan(x)) = x$.

D) Fonctions hyperboliques

- Définition des fonctions hyperboliques
- $\forall x \in \mathbb{R}, \cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.
- Etude complète des fonctions hyperboliques.

E) Fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$

- Fonctions à valeurs complexes
- Pour $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, définition de $\Im(f), \Re(f), \overline{f}, |f|$.
- Dérivabilité des fonctions à valeurs complexes
- Opérations sur les fonctions dérivables à valeurs complexes (somme,produit, composée $f \circ \varphi$ où f à valeurs dans $\mathbb{C}$ et φ à valeurs dans $\mathbb{R}$) .
- Dérivabilité de e^f où f est à valeurs complexes.

Chapitre 8 : Primitives et intégrales

A) Primitives

- Définition primitives
- Lien entre les primitives d'un même intervalle
- Existence primitive pour les fonctions continues
- Primitive des fonctions usuelles (y compris primitives de $\tan, \tanh, \ln$.
- Opération sur les primitives (somme, produit par un scalaire,$\varphi' f \circ \varphi, \cdots$
- Primitives des fonctions du type $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}, (a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.
- Primitives des fonctions du type $x \mapsto \exp(ax)\cos(bx), \exp(ax)\sin(bx)$.

B) Intégrales et primitives

- Théorème fondamental de l'analyse (lien entre intégrales et primitive pour une fonction continue sur un intervalle)

- Forme générale de la primitive d'une fonction continue. Notation $\int^x f$.
- Relation de Chasles, Linéarité, $\int_a^a f = 0, \int_b^a f = -\int_a^b f$
- Positivité, croissance de l'intégrale.
- Si l'intégrale d'une fonction continue de signe constant sur un intervalle est nulle, cette fonction est nulle sur cet intervalle.
- Théorème d'intégration par partie

Ce qui suit ne sera vu que Lundi

- Application au calcul de primitive de ln et arctan.
- Théorème de changement de variables.
- Application au calcul de $\int_0^\pi \sin(x)\cos^2(x)dx$.
- Application au calcul de $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}$.

Questions de cours :

- Etude et tracé de la fonction Arccos, Arcsin OU Arctan (OU mathématique).
- Prouver que $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ et en déduire que $\forall a > 0, b > 0, \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln^b(x)}{x^a} = 0$.
- Etude et tracé de la fonction th.
- Dérivabilité de e^f pour $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ et dérivée de e^f.
- Calcul de primitive de $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$ pour 2 polynômes $x \mapsto ax^2+bx+c, a > 0$ au choix du colleur (avec $\Delta = 0, \Delta < 0$ ou $\Delta > 0$.)