Chapitre 10 : Ensembles et applications

A) Ensembles

- Notion d'ensemble, d'éléments
- Parties, inclusions,appartenance
- Preuve égalité par double inclusion
- Intersection,réunion,complémentaire,intersection.
- Produit cartésien
- Ensemble des parties d'un ensemble

B) Applications/Fonctions

- Applications, ensemble de départ,ensemble d'arrivée
- Image,antécédent d'un élément.
- Graphe d'une fonction.
- Fonction identité, fonction indicatrice d'un ensemble
- Egalité d'applications
- Restriction et prolongements.
- Images directes/images réciproques
- Composition d'applications
- Injection, surjection, bijection
- Notion de bijection réciproque, équivalence entre l'existence d'une bijection réciproque et la bijectivité d'une fonction.
- La composée de fonctions injective/surjective/bijective est injective/surjective/bijective

Les notions de famille d'éléments et de relations binaires n'ont pas été abordées ; elles seront vu dans le chapitre consacré aux relations binaires.

Chapitre 11 : Nombres réels et suites numériques

A) Bestiaire des ensembles

- Description des ensembles classiques, $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \overline{\mathbb{R}}$

B) L'ensemble des nombres réels

- Propriété de la borne supérieure/inférieure sur $\mathbb{R}$.
- Caractérisation de la borne supérieure (classique et avec des ε.)
- Caractérisation des intervalels de $\mathbb{R}$ comme les uniques parties convexes de $\mathbb{R}$.
- Partie entière : $\mathbb{R}$ est archimédien, preuve de l'existence de la partie entière (Unicité dans chp inégalités)
- Approximation des réels par les décimaux.
- Parties denses dans $\mathbb{R}$
- $\mathbb{D}, \mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ sont denses dans $\mathbb{R}$.

Questions de cours :

- La composée de fonctions injective/surjective/bijective est injective/surjective/bijective (le faire pour les 3).
- Preuve de $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ de deux manières différentes : Par manipulation des connecteurs logiques et par double inclusion.
- Soit $f : E \to F$ Montrer que :
$$f \text{ bijective} \Longleftrightarrow \exists f^{-1} : F \to E, f^{-1} \circ f = Id_E \text{ et } f \circ f^{-1} = Id_F.$$
(On montrera bien les deux sens de l'équivalence).
- Preuve que $\mathbb{R}$ est archimédien (par la propriété de la borne supérieure) puis preuve de l'existence de la partie entière d'un nombre réel
- Caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$ comme les seules parties convexes de $\mathbb{R}$.