Chapitre 13 : Systèmes linéaires et matrices.

C) L'anneau des matrices carrées

- Inersion matrice carrée par méthode du pivot de gauss
- Une matrice triangulaire est inversible si et seulement si ses coefficients diagonaux sont non nuls
- L'inverse d'une mmatrice triangulaire supérieure(resp inférieure) inversible est triangulaire supérieure (resp inférieure)

Chapitre 14 : Limites et continuité

A) Limite et continuité ponctuelle

- Définition notion de voisinage
- Lien avec la notion "à partir d'un certain rang" pour les suites.
- Défintion limites finies et infinies en un point adhérent à l'intervalle de définition de la fonction.
- Unicité de la limite
- Une fonction qui admet une limite en un point de son intervalle de définition est continue en ce point (déf continuité)
- Toute fonction admettant une limite finie en un point est bornée au voisinage de ce point.
- Théorème de composition des limites / théorème de caractérisation séquentielle de la limite
- Caractère local de la limite
- Notion de limite à gauche et limite à droite d'un point
- Notion de continuité à gauche et de continuité à droite
- Notion de limite épointée/ prolongement par continuité en un point
- Théorème d'opérations sur les limites/continuité
- Théorèmes de passages à la limité
- Théorèmes d'encadrement,de majoration,de minoration
- Théorème de limite monotone

A) Continuité sur un intervalle

- Définition
- Opérations sur les fonctions continues
- Fonctions lipschitzienne (toute fonction lipschitzienne est continue).
- Théorème des valeurs intermédiares (version segment et intervalle)
- Théorème de la bijection
- Théorème des bornes atteintes (version classique et version segment)
- Fonctions continues et lien entre monotonie et injectivité (Vu Lundi)

C) Fonctions à valeurs complexes (vu Lundi)

- Adaptation des divers théorèmes aux fonctions à valeurs complexes.

Questions de cours :

POUR TOUS LES ETUDIANTS : Vous devez impérativement être capable de redonner la définition de limite finie ou infinie en un point fini ou infini et la définition de continuité en un point à l'aide de quantificateurs.

- Montrer que l'inverse d'une matrice triangulaire supérieure inférieure est également triangulaire supérieure (resp. triangulaire inférieure.
- Prouver le théorème de cractérisation séquentielle de la limite (l'équivalence entière). On ne montrera que le cas $a \in \mathbb{R}$ er $l \in \mathbb{R}$.Puis en déduire le théorème des gendarmes pour les fonctions à partir de celui sur les suites.

Théorème de caractérisation séquentielle de la limite

Soit $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction et $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$. Les assertions suivantes sont équivalentes :

(i) la fonction f a pour limite ℓ en a ;

(ii) pour toute suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ à valeurs dans I de limite a, la suite $(f(x_n))_{n\in\mathbb{N}}$ pour limite ℓ.

- Montrer le théorème des valeurs intermédiaire version segment :

(Théorème des valeurs intermédiaires, version image d'un segment).

Soit $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a \leqslant b$, et soit $f \in \mathcal{C}([a;b],\mathbb{R})$. Pour tout $\lambda \in \mathbb{R}$ compris entre $f(a)$ et $f(b)$ (i.e. $\lambda \in [f(a);f(b)]$ si $f(a) \leqslant f(b)$ et $\lambda \in [f(b);f(a)]$ si $f(a) > f(b)$), il existe $c \in [a;b]$ tel que $f(c) = \lambda$.

- Montrer que toute fonction continue sur un segment est continue et atteint ses bornes.