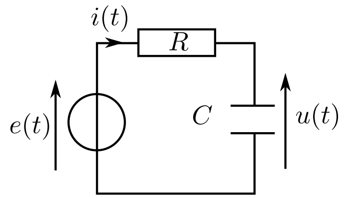
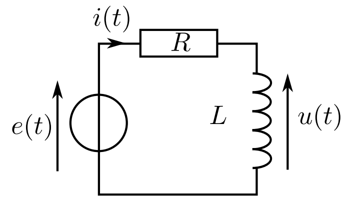
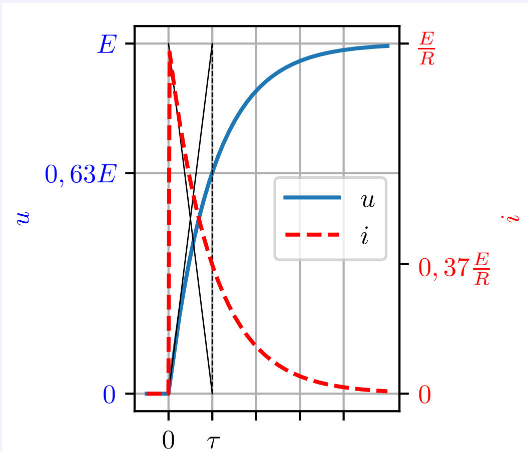
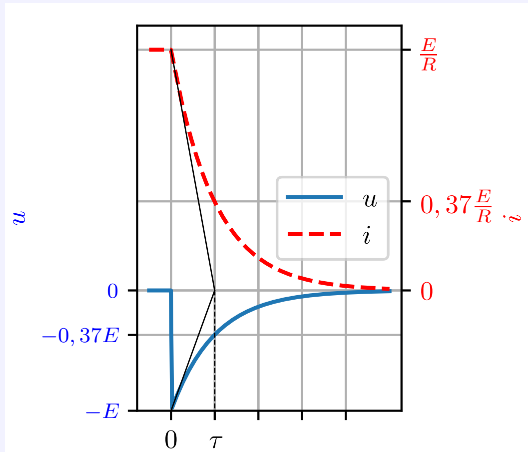
Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Régime libre, réponse à un échelon de tension.	Interpréter et utiliser la continuité de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité du courant traversant une bobine.	Pour les deux exemples suivants, déterminer i et u à $t = 0^-$, $t = 0^+$ et $t \to +\infty$. $e(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ E & \text{pour } t > 0 \end{cases}$  A $t = 0^-$, le circuit est en régime permanent donc le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert. Ainsi $i(t = 0^-) = 0$. Comme $e(t = 0^-) = 0$ et que la tension aux bornes de la résistance est nulle $u_R(t = 0^-) = Ri(t = 0^-) = 0$, par la loi des mailles on en déduit $u(t = 0^-) = 0$. A $t = 0^+$ le circuit entame le régime transitoire. Par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur, on a $\boxed{u(t = 0^+) = u(t = 0^-) = 0}$ Par la loi des mailles à $t = 0^+$ $e(t = 0^+) = u(t = 0^+) + Ri(t = 0^+)$ donc $\boxed{i(t = 0^+) = E/R}$ A $t \to +\infty$ le régime permanent est atteint, donc le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et $\boxed{i(t \to +\infty) = 0}$. D'après la loi des mailles pour $t \to +\infty$ on en déduit $\boxed{u(t \to +\infty) = E}$. $e(t) = \begin{cases} E & \text{pour } t < 0 \\ 0 & \text{pour } t > 0 \end{cases}$  A $t = 0^-$, le circuit est en régime permanent donc la bobine se comporte comme un fil. Ainsi $u(t = 0^-) = 0$. Comme $e(t = 0^-) = E$ et que la tension aux bornes de la résistance vaut $u_R(t = 0^-) = Ri(t = 0^-) = E$, on en déduit $i(t = 0^-) = E/R$. A $t = 0^+$ le circuit entame le régime transitoire. Par continuité de l'intensité traversant la bobine, on a $\boxed{i(t = 0^+) = i(t = 0^-) = E/R}$ Par la loi des mailles à $t = 0^+$ $e(t = 0^+) = u(t = 0^+) + Ri(t = 0^+)$ donc $\boxed{u(t = 0^+) = -E}$ A $t \to +\infty$ le régime permanent est atteint, donc la bobine se comporte comme un fil et $\boxed{u(t \to +\infty) = 0}$. D'après la loi des mailles pour $t \to +\infty$ on en déduit $\boxed{i(t \to +\infty) = 0}$.

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Régime libre, réponse à un échelon de tension.	Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.	Établir les équations différentielles vérifiées par $i(t)$ et $u(t)$ pour $t > 0$ pour les deux exemples. Par la loi des mailles pour $t > 0$ $u(t) + Ri(t) = E \qquad (1)$ Or $i(t) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$, donc $u(t) + RC\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = E$ donc $\boxed{\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u = \frac{1}{RC}E}$ Pour avoir l'équation différentielle sur $i(t)$, on dérive l'équation (1) : $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$ Comme $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = i(t)/C$, on en déduit $\boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}i(t) = 0}$ Par la loi des mailles pour $t > 0$ $u(t) + Ri(t) = 0 \qquad (2)$ Or $u(t) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, on en déduit $\boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{R}{L}i(t) = 0}$ Pour avoir l'équation différentielle sur $u(t)$, on dérive l'équation (2) : $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$ donc $\boxed{\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}u = 0}$

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Régime libre, réponse à un échelon de tension.	Déterminer la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire. Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.	Établir les expressions de $i(t)$ et $u(t)$ pour $t > 0$ pour les deux exemples. Représenter i et u en fonction du temps. Sur ces graphiques, placer le régime transitoire, le régime permanent et la constante de temps τ. • Résolution de $u(t)$ pour $t > 0$: $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u = \frac{1}{\tau}E \quad$ avec $\quad \tau = RC$ L'ensemble des solutions s'écrit $u(t) = A\exp(-t/\tau) + E$ avec $A \in \mathbb{R}$. CI : $u(t=0) = 0$, donc $A = -E$, d'où $\boxed{u(t) = E\left(1 - \exp(-t/\tau)\right)}$ • Résolution $i(t)$ pour $t > 0$: $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}i(t) = 0$ L'ensemble des solutions s'écrit $i(t) = A\exp(-t/\tau)$ avec $A \in \mathbb{R}$. CI : $i(t=0) = E/R$, donc $A = E/R$, d'où $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\exp(-t/\tau)}$  • Résolution de $u(t)$ pour $t > 0$: $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u = 0 \quad$ avec $\quad \tau = L/R$ L'ensemble des solutions s'écrit $u(t) = A\exp(-t/\tau)$ avec $A \in \mathbb{R}$. CI : $u(t=0) = -E$, donc $A = -E$, d'où $\boxed{u(t) = -E\exp(-t/\tau)}$ • Résolution $i(t)$ pour $t > 0$: $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}i(t) = 0$ L'ensemble des solutions s'écrit $i(t) = A\exp(-t/\tau)$ avec $A \in \mathbb{R}$. CI : $i(t=0) = E/R$, donc $A = E/R$, d'où $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\exp(-t/\tau)}$ 

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Régime libre, réponse à un échelon de tension.	*Capacité numérique* : mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler la réponse d'un système linéaire du premier ordre à une excitation de forme quelconque.	Établir le schéma numérique de la méthode d'Euler explicite. Implémenter la méthode en python.

On veut résoudre $y'(t) = F(y(t), t)$ sur $I = [t_0, t_f]$ connaissant $y'(t_0)$.
On utilise une subdivision $t_0 \dots t_n$ de l'intervalle $[t_0; t_f]$ avec $t_k = t_0 + k \times \Delta t$ et $\Delta t = (t_f - t_0)/n$.
On peut alors écrire

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} y'(u)\mathrm{d}u = y(t_{k+1}) - y(t_k)$$

On calcule l'intégrale par la méthode des rectangles à gauche :

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} y'(u)\mathrm{d}u \approx y'(t_k) \times \Delta t \quad \text{avec} \quad \Delta t = t_{k+1} - t_k$$

Or $y'(t_k) = F(y(t_k), t_k)$.
On approche $y(t_k)$ par y_k défini par récurrence comme suit

$$\begin{aligned} y_0 &= y(t_0) \\ y_{k+1} &= y_k + \Delta t \times F(y_k, t_k) \end{aligned}$$

```python
def euler(F,t_0,t_f,y0,n) :
    Dt = (t_f-t_0)/n
    y_k = y0     #condition initiale
    t_k = t_0
    lst_t = [t_k]
    lst_y = [y_k]
    for i in range(n) :
            y_k += Dt*F(y_k,t_k)  #on definit y_{k+1}
            t_k += Dt            #on definit t_{k+1}
            lst_t.append(t_k)
            lst_y.append(y_k)
    return lst_t,lst_y
```

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Stockage et dissipation d'énergie.</td><td>Réaliser un bilan énergétique.</td><td>
Pour les deux exemples, effectuer un bilan de puissance instantanée, puis un bilan énergétique entre $t = 0$ et $t \to +\infty$. Conclure.

On multiplie la loi des mailles par l'intensité de la maille.
$$u(t)i(t) + Ri(t)^2 = Ei(t)$$
On identifie avec $i(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$
• la puissance reçue par le condensateur $P_{r,C}(t) = u(t)i(t) = \dfrac{\mathrm{d}(Cu^2/2)}{\mathrm{d}t}$
• la puissance reçue par la résistance $P_{r,R}(t) = Ri(t)^2$
• la puissance fournie par le générateur $P_f = Ei(t) = \dfrac{\mathrm{d}(ECu)}{\mathrm{d}t}$
Le bilan énergétique est obtenue par intégration entre $t = 0$ et $t \to +\infty$:
$$\Delta E_C + \Delta E_R = \Delta E_f$$
avec
• l'énergie emmagasinée par le condensateur
$\Delta E_C = \dfrac{1}{2}C\left(u(t\to\infty)^2 - u(t=0)^2\right) = \frac{1}{2}CE^2$
• l'énergie fournie par le générateur $\Delta E_f = EC\left(u(t\to\infty) - u(t=0)\right) = CE^2$
• l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance $\Delta E_R = \Delta E_f - \Delta E_C = \frac{1}{2}CE^2$

$$u(t)i(t) + Ri(t)^2 = 0$$
On identifie avec $u(t) = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$
• la puissance reçue par la bobine
$$P_{r,L}(t) = u(t)i(t) = \dfrac{\mathrm{d}(Li^2/2)}{\mathrm{d}t}$$
• la puissance reçue par la résistance
$$P_{r,R}(t) = Ri(t)^2$$
Le bilan énergétique est obtenue par intégration entre $t = 0$ et $t \to +\infty$:
$$\Delta E_L + \Delta E_R = 0$$
avec
• l'énergie emmagasinée par la bobine
$$\Delta E_L = \dfrac{1}{2}L\left(i(t\to\infty)^2 - i(t=0)^2\right) = \dfrac{LE^2}{2R^2}$$
• l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance
$$\Delta E_R = -\Delta E_L = -\dfrac{LE^2}{2R^2}$$
</td></tr>
</table>