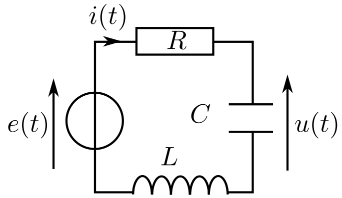
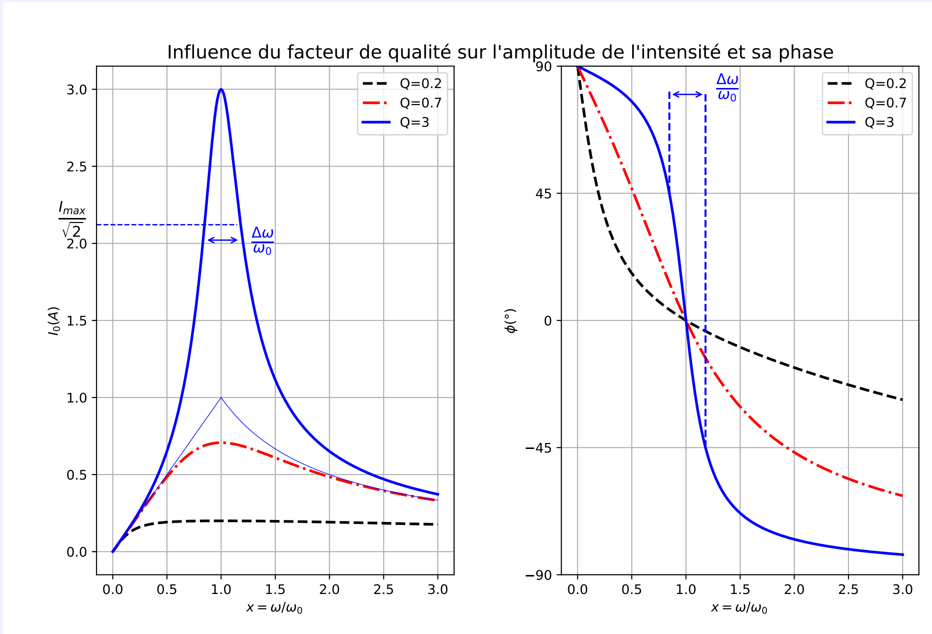
Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Oscillateur électrique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	Utiliser la représentation complexe pour étudier le régime forcé.	Soit le circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$  • Passer le circuit en complexe. • Exprimer l'amplitude complexe $\underline{I_0}$ de l'intensité et $\underline{U_0}$ celle de la tension aux bornes du condensateur. On posera $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ et $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Pour l'intensité, on applique une loi d'Ohm généralisée à l'impédance équivalente $\underline{Z}_{\text{eq}} = R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C$: $$\underline{I_0} = \frac{E_0}{\underline{Z}_{\text{eq}}} = \frac{E_0}{R + jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega}} \quad \text{soit} \quad \boxed{\underline{I_0} = \frac{E_0/R}{1 + j\left(\dfrac{L}{R}\omega - \dfrac{1}{RC\omega}\right)}}$$ On pose la forme canonique $$\underline{I_0} = \frac{I_{\text{max}}}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$ Par identification $$I_{\text{max}} = \frac{E_0}{R} \quad \text{et} \quad \frac{Q}{\omega_0} = \frac{L}{R} \quad \text{et} \quad Q\omega_0 = \frac{1}{RC}$$ On en déduit $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ et $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Pour la tension $u(t)$, on applique un pont diviseur de tension $$\underline{U_0} = \frac{\underline{Z}_C}{R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} E_0 = \frac{E_0}{1 + R/\underline{Z}_C + \underline{Z}_L/\underline{Z}_C} \quad \text{soit} \quad \boxed{\underline{U_0} = \frac{E_0}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}}$$ On pose la forme canonique $$\underline{U_0} = \frac{E_0}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}$$ Par identification, on retrouve les mêmes expression de Q et ω_0.

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Oscillateur électrique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase. Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.	• Exprimer l'amplitude de l'intensité $I_0(\omega)$. • Définir la bande passante. Exprimer $\Delta\omega$ en fonction de ω_0 et Q (à démontrer). $$\boxed{I_0(\omega) = \lvert\underline{I_0}\rvert = \frac{I_{\max}}{\sqrt{1+\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)^2}}}$$ $$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \pm 1 \quad \text{soit} \quad Q\omega^2 \mp \omega_0\omega - Q\omega_0^2 = 0$$ Les deux trinomes ont le même discriminant $\Delta = \omega_0^2 + 4Q\omega_0^2 > \omega_0^2$. Parmi les 4 solutions, seules 2 sont positives : $$\omega_2 = \frac{\omega_0 + \sqrt{\Delta}}{2Q} \quad \text{et} \quad \omega_1 = \frac{-\,\omega_0 + \sqrt{\Delta}}{2Q}$$ On en déduit $$\boxed{\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}}$$ On note que pour les pulsations ω_1 et ω_2, la phase ϕ_i vaut $\pm\pi/4$ (la partie réelle et la valeur absolue de la partie imaginaire de $\underline{I_0}$ sont égales à 1).

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Oscillateur électrique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase. Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.	• Exprimer la phase de l'intensité $\phi_i(\omega)$. • Tracer $I_0(\omega)$ et $\phi_i(\omega)$ pour différentes valeurs de Q. $\boxed{\phi_i(\omega) = \arg(\underline{I_0}) = -\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)}$ Pour les représentations graphiques, on fait les équivalents et les limites : • BF : $I_0(\omega) \underset{\omega \ll \omega_0}{\sim} \frac{I_{\max}\omega}{Q\omega_0} \underset{\omega \to 0}{\to} 0$ • HF : $I_0(\omega) \underset{\omega \gg \omega_0}{\sim} \frac{I_{\max}\omega_0}{Q\omega} \underset{\omega \to +\infty}{\to} 0$ • à $\omega = \omega_0$: $I_0(\omega_0) = I_{\max}$ • BF : $\phi_i(\omega) \underset{\omega \to 0}{\to} \pi/2$ • HF : $\phi_i(\omega) \underset{\omega \gg \omega_0}{\sim} -\pi/2$ • à $\omega = \omega_0$: $\phi_i(\omega_0) = 0$ 

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Oscillateur électrique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.</td><td>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.
Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.</td><td>

- Exprimer l'amplitude $U_0(\omega)$ de la tension aux bornes du condensateur.
- A quelle condition a-t-on résonance en tension ? On ne le démontrera pas.
- Exprimer la phase $\phi_u(\omega)$ de la tension aux bornes du condensateur.

On applique un pont diviseur de tension

$$\underline{U_0} = \frac{\underline{Z_C}}{R + \underline{Z_L} + \underline{Z_C}} E_0 = \frac{1}{1 + \left(R + \underline{Z_L}\right) / \underline{Z_C}} E_0 \quad \text{soit} \quad \boxed{\underline{U_0}(j\omega) = \frac{E_0}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}}$$

On peut mettre sous la forme canonique d'un passe-bas d'ordre 2

$$\underline{U_0}(j\omega) = \frac{E_0}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + j\omega/(Q\omega_0)} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

On en déduit :

$$\boxed{U_0(\omega) = \frac{E_0}{\sqrt{\left(1 - (\omega/\omega_0)^2\right)^2 + \left(\omega/(Q\omega_0)\right)^2}}}$$

Il y a résonance si $Q > 1/\sqrt{2}$.
Pour exprimer la phase, il faut modifier l'écriture de l'amplitude complexe :

$$\underline{U_0}(j\omega) = \frac{-\,jE_0}{\omega/(Q\omega_0) - j\left(1 - (\omega/\omega_0)^2\right)}$$

On a alors

$$\boxed{\phi_u(\omega) = -\pi/2 + \arctan\left[Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]}$$

</td></tr>
</table>

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Oscillateur électrique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase. Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.	• Tracer $U_0(\omega)$ et $\phi_u(\omega)$ pour différentes valeurs de Q. Pour les représentations graphiques, on fait les équivalents et les limites : • BF : $U_0(\omega) \underset{\omega \ll \omega_0}{\sim} E_0$ • HF : $U_0(\omega) \underset{\omega \gg \omega_0}{\sim} \frac{E_0 \omega_0^2}{\omega^2} \underset{\omega \to +\infty}{\to} 0$ • à $\omega = \omega_0$: $U_0(\omega_0) = QE_0$ • BF : $\phi_u(\omega) \underset{\omega \to 0}{\to} 0$ • HF : $\phi_u(\omega) \underset{\omega \gg \omega_0}{\sim} \frac{I_{\max}\omega_0}{Q\omega} \underset{\omega \to +\infty}{\to} -\pi$ • à $\omega = \omega_0$: $\phi_u(\omega_0) = -\pi/2$