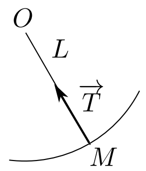
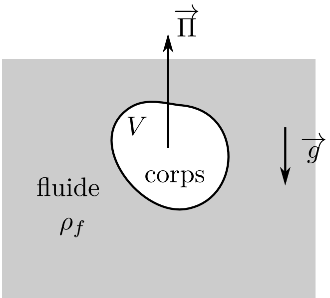
Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Quantité de mouvement Masse d'un système. Conservation de la masse pour un système fermé.	Exploiter la conservation de la masse pour un système fermé.	Soit un système Σ constitué d'un ensemble de points matériels M_i de masse m_i, alors la masse totale de Σ vaut $\boxed{m = \sum_i m_i}$ et sa quantité de mouvement $\boxed{\overrightarrow{p}(\Sigma) = \sum_i m_i \overrightarrow{v}_i}$.
Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre d'inertie d'un système fermé.	Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points sous la forme $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}(G)$.	Définir le centre de masse d'un système de deux points matériels, puis en déduire l'expression de la quantité de mouvement. Soit le système $\Sigma = \{M_1, M_2\}$ constitué de deux points matériels M_1 de masse m_1 et M_2 de masse m_2. On définit le centre de masse G de Σ comme suit, avec O un point quelconque : $$\boxed{m_1\overrightarrow{GM_1} + m_2\overrightarrow{GM_2} = \overrightarrow{0} \iff m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2} = (m_1+m_2)\overrightarrow{OG}}$$ Soit O un point fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$. On dérive l'équation précédente : $$m_1\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM_1}}{\mathrm{d}t} + m_2\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM_2}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t} \quad \text{soit} \quad m_1\overrightarrow{v}_1 + m_2\overrightarrow{v}_2 = m\overrightarrow{v}_G \quad \text{donc} \quad \boxed{\overrightarrow{p}(\Sigma) = m\overrightarrow{v}_G}$$
Première loi de Newton : principe de l'inertie. Référentiels galiléens.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.	Le principe de l'inertie stipule l'existence de référentiels privilégiés dits galiléens dans lesquels un système isolé ou pseudo-isolé a son centre de masse animé d'un mouvement rectiligne uniforme. Un référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen.

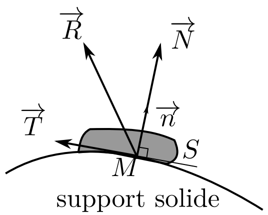
<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Référentiels galiléens.</td><td></td><td>Lister les référentiels que vous connaissez en précisant dans quelles conditions on peut les considérer comme galiléens.

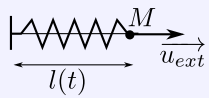
• Référentiel héliocentrique ou de Kepler :
— L'origine est le centre de masse de notre Soleil et les axes pointent vers trois étoiles lointaines.
— Il est galiléen pour des durées d'expérience négligeables devant celle du mouvement du centre de masse du Soleil dans notre système solaire
• Référentiel géocentrique :
— L'origine est le centre de masse de la Terre et les axes pointent vers trois étoiles lointaines.
— Il est en translation elliptique par rapport au référentiel héliocentrique. Il est donc galiléen pour des durées d'expérience négligeables devant celle du mouvement du centre de masse du Terre dans le référentiel héliocentrique (1 an).
• Référentiel terrestre :
— L'origine est un point à la surface de la Terre et les axes sont liés à la rotation de la Terre.
— Il est en rotation par rapport au référentiel géocentrique. Il est donc galiléen pour des durées d'expérience négligeables devant celle de la rotation de la Terre sur elle-même (24h).</td></tr>
<tr><td>Notion de force. Troisième loi de Newton.</td><td>Établir un bilan des forces sur un système ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.</td><td>Énoncer la troisième loi de Newton. Définir la force gravitationnelle, électrostatique.

Soient deux points matériels A et B. On note $\overrightarrow{F_{A/B}}$ la force exercée par le point A sur le point B. D'après la troisième loi de Newton, B exerce alors une force $\overrightarrow{F_{B/A}}$ sur le point A telle que :
$$\boxed{\overrightarrow{F_{BA}} = -\overrightarrow{F_{AB}}}$$
Force gravitationnelle exercée par une masse m_1 en M_1 sur la masse m_2 en M_2 :
$$\boxed{\overrightarrow{F_{1/2}} = -Gm_1m_2\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2^3} = -Gm_1m_2\frac{\overrightarrow{e}_r}{r^2} \quad \text{avec} \quad r = ||\overrightarrow{M_1M_2}|| \quad \text{et} \quad \overrightarrow{e}_r = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{r}}$$
Force électrostatique exercée par une charge q_1 en M_1 sur la masse q_2 en M_2 :
$$\boxed{\overrightarrow{F_{1/2}} = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2^3} = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{e}_r}{r^2} \quad \text{avec} \quad r = ||\overrightarrow{M_1M_2}|| \quad \text{et} \quad \overrightarrow{e}_r = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{r}}$$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr>
<td>Notion de force. Troisième loi de Newton.</td>
<td>Établir un bilan des forces sur un système ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.





</td>
<td>Définir la force de rappel d'un ressort, la tension d'un fil et la poussée d'Archimède.

Soit un ressort de masse négligeable, de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k ($\mathrm{N \cdot m^{-1}}$). La force de rappel exercée par le ressort sur son extrémité M suit la loi de Hooke :


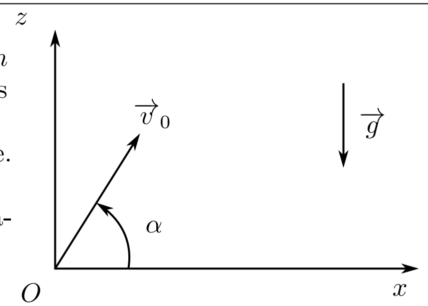
$$\boxed{\vec{F}(M) = -k(l(t) - l_0)\overrightarrow{u_{ext}}}$$
Soit un fil inextensible, donc de longueur L constante, et de masse négligeable. La tension $\vec{T}$ exercée par le fil en un point M est portée par le fil. Cette force contraint la trajectoire à être circulaire.
Tout corps de volume V au repos totalement immergé dans un fluide de masse volumique ρ_f subit de la part de ce fluide une force opposée à celle du poids du volume de fluide déplacé.
$$\boxed{\vec{\Pi} = -\rho_f V \vec{g}}$$
Définir la réaction d'un support et énoncer les lois de Coulomb relatives au frottement de glissement.

La réaction d'un support solide sur un système S est la force qui s'applique en un point de contact M entre le support solide et le système S.
La réaction du support $\vec{R}$ se décompose en :
• une partie normale au support $\vec{N}$ toujours dirigée du support vers le système S
• une partie tangentielle $\vec{T}$ nulle en l'absence de frottements de glissement, et sinon
— si S est au repos, alors $\|\vec{T}\| \leq f\|\vec{N}\|$ où f est le coefficient de frottement, et $\vec{T}$ s'oppose au mouvement que l'on cherche à imposer au système ;
— si S est en mouvement à la vitesse de glissement $\vec{v}$ par rapport au support, alors :
$$\vec{T} \parallel \vec{v} \quad \text{et} \quad \vec{T}\cdot\vec{v} \leq 0 \quad \text{et} \quad \|\vec{T}\| = f\|\vec{N}\|$$</td>
</tr>
<tr>
<td>Deuxième loi de Newton.</td>
<td>Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé dans un référentiel galiléen.</td>
<td>Énoncer la deuxième loi de Newton à un système fermé quelconque.

Soit un système Σ soumis, dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$, à plusieurs forces extérieures $\vec{F}_{ext,i}$, d'après la loi de la quantité de mouvement : $\boxed{\left.\dfrac{d\vec{p}(\Sigma)}{dt}\right|_{\mathcal{R}_g} = \sum_i \vec{F}_{ext,i}}$
Si le système est fermé, alors $m = cste$, donc $\boxed{m\vec{a}(G)_{\mathcal{R}_g} = \sum_i \vec{F}_{ext,i}}$</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Force de gravitation. Modèle du champ de pesanteur uniforme au voisinage de la surface d'une planète.</td><td></td><td>Dans le cas de la Terre, faire le lien entre l'accélération de pesanteur g et le champ de gravitation à la surface de la Terre.

Le poids est la force exercée sur une masse m par le champ de pesanteur terrestre $\overrightarrow{g}$: $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$, avec $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ l'accélération de pesanteur. La direction de $\overrightarrow{g}$ est donnée par la verticale locale au point considéré.
On peut retrouver l'accélération de pesanteur en prenant $r = R_T = 6380\,\mathrm{km}$ le rayon terrestre, $M_T = 5{,}97\times10^{24}\,\mathrm{kg}$ la masse de la Terre, $G = 6{,}67\times10^{-11}$ SI : $g = \dfrac{GM_T}{R_T^2} = 9{,}78\,\mathrm{m\,s^{-2}}$</td></tr>
<tr><td>Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.</td><td>Étudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans le champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.</td><td>On lance une boule de pétanque considérée comme un point matériel M de masse m avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ faisant un angle α avec l'axe horizontal. On négligera les frottements de l'air.
Établir les équations horaires du mouvement. En déduire l'équation de la trajectoire. Quelle est la nature de la trajectoire ?
Le sol étant supposé horizontal, donner les coordonnées du point d'impact P, c'est-à-dire le point où la boule de pétanque retombe sur le sol.



On étudie la boule de pétanque assimilable à un point matériel M de masse m dans le référentiel galiléen $(Oxyz)$ avec l'axe Oz vertical ascendant. On ne considère que le poids comme force. D'après la seconde loi de Newton $m\overrightarrow{a}(M) = m\overrightarrow{g}$, soit $\overrightarrow{a}(M) = -g\overrightarrow{e}_z$. Par intégrations successives, on a

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = -gt + v_0\sin(\alpha) \\ \dot{x}(t) = v_0\cos(\alpha) \\ \dot{y}(t) = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \boxed{\begin{cases} z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha) \\ x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = 0 \end{cases}}$$

Avec $t = x/(v_0\cos(\alpha))$, on en déduit l'équation de la trajectoire

$$\boxed{z(x) = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2 + \tan(\alpha)x \quad \text{c'est une parabole}}$$

Pour obtenir la coordonnée x_P au point d'impact, on résout $z(x_P) = 0$:

$$x_P\left(-\frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x_P + \tan(\alpha)\right) = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{x_P = \frac{2v_0^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g}}$$

On constate que x_P est maximale pour $\alpha = \pi/4$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr>
<td>Modèles d'une force de frottement fluide.
Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute.</td>
<td>Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus simulation numérique.
Écrire une équation adimensionnée.</td>
<td>

On ajoute à l'exercice précédent une force de frottement fluide $\overrightarrow{f} = -\alpha v \overrightarrow{v}$ avec $v = ||\overrightarrow{v}||$. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par les coordonnées du vecteur vitesse. Interpréter. La mettre sous forme adimensionnée.

On ajoute la force de frottement fluide $\overrightarrow{f} = -\alpha\sqrt{v_x^2+v_z^2}\,(v_x\overrightarrow{e}_x + v_z\overrightarrow{e}_z)$. L'équation différentielle du mouvement s'écrit par projection de la loi de la quantité de mouvement

$$\boxed{\left\{\begin{array}{l} \dot{v}_x + \dfrac{\alpha}{m}\sqrt{v_x^2+v_z^2}\,v_x = 0 \\ \dot{v}_z + \dfrac{\alpha}{m}\sqrt{v_x^2+v_z^2}\,v_z = -g \end{array}\right.}$$

Ce sont des équations différentielles couplées et non linéaires. La constante de temps $\tau = \dfrac{m}{\alpha\sqrt{v_x^2+v_z^2}}$ que l'on pourrait définir dépend du temps. Physiquement, les frottements fluides s'opposant au mouvement, ils limitent l'accélération induite par le poids. Ainsi, il y aura un régime permanent pour lequel les frottements compensent le poids,

$$\overrightarrow{P} - \alpha v_{\text{lim}}\overrightarrow{v}_{\text{lim}} = 0 \quad \text{soit} \quad v_{\text{lim}}\overrightarrow{v}_{\text{lim}} = -\frac{mg}{\alpha}\overrightarrow{e}_z \quad \text{donc} \quad \boxed{\overrightarrow{v}_{\text{lim}} = -\sqrt{\frac{mg}{\alpha}}\,\overrightarrow{e}_z}$$

$\boxed{\text{Ainsi en régime permanent, la chute est rectiligne selon la verticale descendante.}}$

Pour adimensionner, on prend comme vitesse caractéristique la vitesse en régime permanent $v_{\text{lim}} = \sqrt{\dfrac{mg}{\alpha}}$ et comme temps caractéristique le temps en régime permanent $\tau = \dfrac{m}{\alpha v_{\text{lim}}}$.
On pose alors $Y_1 = v_x/v_{\text{lim}}$, $Y_2 = v_z/v_{\text{lim}}$ et $X = t/\tau$. On cherche les équations différentielles adimensionnées vérifiées par les fonctions $Y_1(X)$ et $Y_2(X)$. Exprimons $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ en fonction de $\dfrac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}X}$:

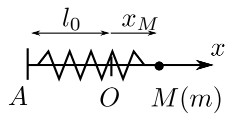
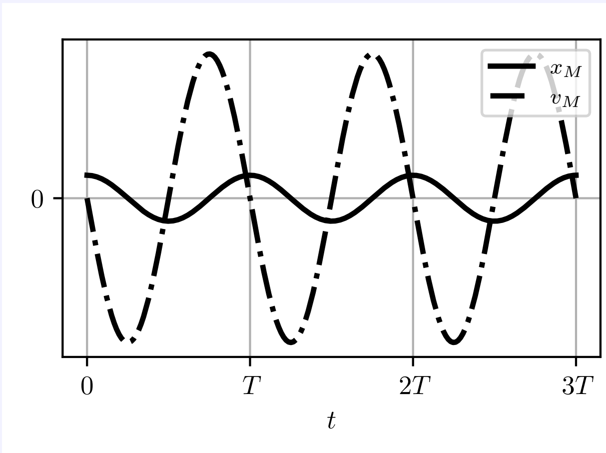
$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = v_{\text{lim}}\frac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}t} = v_{\text{lim}}\frac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}X}\times\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau}\frac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}X} = \frac{\alpha v_{\text{lim}}^2}{m}\frac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}X}$$

On en déduit $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = g\dfrac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}X}$ et $\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = g\dfrac{\mathrm{d}Y_2}{\mathrm{d}X}$. On injecte dans les équations différentielles dimensionnées :

$$\left\{\begin{array}{l} g\dfrac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}X} + \dfrac{\alpha}{m}v_{\text{lim}}\sqrt{Y_1+Y_2}\times v_{\text{lim}}Y_1 = 0 \\ g\dfrac{\mathrm{d}Y_2}{\mathrm{d}X} + \dfrac{\alpha}{m}v_{\text{lim}}\sqrt{Y_1+Y_2}\times v_{\text{lim}}Y_2 = -g \end{array}\right. \quad \text{soit} \quad \boxed{\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}X} + \sqrt{Y_1+Y_2}\,Y_1 = 0 \\ \dfrac{\mathrm{d}Y_2}{\mathrm{d}X} + \sqrt{Y_1+Y_2}\,Y_2 = -1 \end{array}\right.}$$

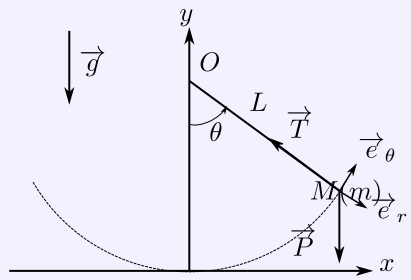
</td>
</tr>
</table>

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Modèles d'une force de frottement fluide. Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute.	Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus simulation numérique. Écrire une équation adimensionnée.	Quel autre modèle de frottement fluide peut-on proposer ? Établir l'équation différentielle sur les coordonnées du vecteur vitesse. Interpréter. Résoudre ces équations et établir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$. On propose un modèle linéaire valable pour des vitesses « faibles » $\overrightarrow{f} = -\lambda \overrightarrow{v}$. Les équations différentielles deviennent $\begin{cases} \dot{v}_x + \lambda/m\, v_x = 0 \\ \dot{v}_z + \lambda/m\, v_z = -g \end{cases}$. Ce sont des équations différentielles linéaires du premier ordre. On peut poser une constante de temps $\tau = \dfrac{m}{\lambda}$. Le régime permanent est donné par $\overrightarrow{v}_{\text{lim}} = -\dfrac{mg}{\lambda}\overrightarrow{e}_z$ (chute rectiligne verticale descendante). On résout ces équations différentielles : $$\begin{cases} v_x(t) = K_1 \exp(-t/\tau) \\ v_z(t) = -\dfrac{mg}{\lambda} + K_2 \exp(-t/\tau) \end{cases} \quad \text{CI : } \begin{cases} v_x(t=0) = v_0 \cos(\alpha) = K_1 \\ v_z(t=0) = v_0 \sin(\alpha) = -\dfrac{mg}{\lambda} + K_2 \end{cases}$$ $$\text{donc} \quad \boxed{\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \exp(-t/\tau) \\ v_z(t) = -\dfrac{mg}{\lambda} + \left(v_0 \sin(\alpha) + \dfrac{mg}{\lambda}\right) \exp(-t/\tau) \end{cases}}$$ On intègre $$\begin{cases} x(t) = -\tau v_0 \cos(\alpha) \exp(-t/\tau) + K_3 \\ z(t) = -\dfrac{mg}{\lambda}t - \tau\left(v_0 \sin(\alpha) + \dfrac{mg}{\lambda}\right) \exp(-t/\tau) + K_4 \end{cases} \quad \text{CI : } \begin{cases} x(t=0) = 0 = -\tau v_0 \cos(\alpha) + K_3 \\ z(t=0) = 0 = -\tau\left(v_0 \sin(\alpha) + \dfrac{mg}{\lambda}\right) + K_4 \end{cases}$$ $$\text{donc} \quad \boxed{\begin{cases} x(t) = \tau v_0 \cos(\alpha)\left(1 - \exp(-t/\tau)\right) \\ z(t) = -\dfrac{mg}{\lambda}t + \tau\left(v_0 \sin(\alpha) + \dfrac{mg}{\lambda}\right)\left(1 - \exp(-t/\tau)\right) \end{cases}}$$

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Oscillateur harmonique mécanique.	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.	Soit un point matériel M de masse m accroché à un ressort horizontal de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k. On repère la position de M par sa coordonnée x_M, repérée sur l'axe Ox, avec $AO = l_0$. On lâche M sans vitesse initiale depuis la position $x_M(t=0) = a$.  Établir l'équation différentielle vérifiée par $x_M(t)$. La résoudre. Définir la pulsation propre. Tracer $x_M(t)$ et $\dot{x}_M(t)$. On étudie le point matériel M de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen lié à l'axe Ox. Le système n'est soumis sur cet axe qu'à la force de rappel du ressort $\overrightarrow{F} = -k(l(t) - l_0)\overrightarrow{e}_x$ avec $l(t) = x_M(t) + l_0$, d'où $\boxed{\overrightarrow{F} = -kx_M(t)\overrightarrow{e}_x}$. On applique la seconde loi de Newton projetée selon $\overrightarrow{e}_x$ et on obtient $m\ddot{x}_M = -kx_M \quad \text{soit} \quad \ddot{x}_M + \dfrac{k}{m}x_M = 0$ On reconnait l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}}$. On résout avec les CI $x_M(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x_M(t=0) = a = A \\ \dot{x}_M(t=0) = B\omega_0 = 0 \end{cases} \quad \text{donc} \quad \boxed{x_M(t) = a\cos(\omega_0 t)}$ 

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Pendule simple.</td><td>Établir l'équation du mouvement du pendule simple.
Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.</td><td>

On étudie la masse m située en M dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}(Oxyz)$ supposé galiléen. Elle est soumise au poids $\overrightarrow{P}$ et à la tension du fil $\overrightarrow{T}$. Le mouvement étant circulaire d'axe Oz et rayon L, on utilise les coordonnées polaires.
Le vecteur accélération s'écrit $\overrightarrow{a}(M) = -L\dot{\theta}^2\overrightarrow{e}_r + L\ddot{\theta}\overrightarrow{e}_\theta$.
Par projection de la seconde loi de Newton selon $\overrightarrow{e}_\theta$, on a



$$mL\ddot{\theta} = -mg\sin(\theta) \quad \text{soit} \quad \boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin(\theta) = 0}$$

C'est une équation différentielle non linéaire du second ordre. On peut la linéariser pour des oscillations de faible amplitude. Alors $|\theta(t)| \ll 1$ et $\sin(\theta) \approx \theta$, donc

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta(t) = 0}$$

On reconnait l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}}$.

</td></tr>
</table>