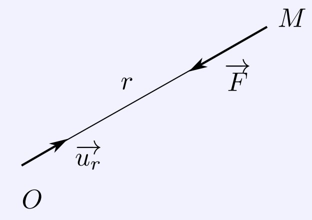
Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Point matériel soumis à un champ de force centrale conservatif		Définir un champ de force centrale conservatif Soit $\overrightarrow{F}$ une force centrale conservative appliquée au point M alors : • $\overrightarrow{F}$ est constamment portée par la droite (OM) où O est le <u>centre de force</u> ; • $\|\|\overrightarrow{F}\|\|$ ne dépend que de r, distance entre O et M $\boxed{\overrightarrow{F} = f(r)\overrightarrow{u_r}}$ 
Point matériel soumis à un champ de force centrale.	Établir la conservation du moment cinétique à partir du théorème du moment cinétique. Établir les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.	D'après le théorème du moment cinétique par rapport au centre de force O, dans le référentiel galiléen où O est fixe, $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{L}_O(M)}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{M}_O(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge f(r)\overrightarrow{e}_r = \overrightarrow{0}$ On en déduit $\boxed{\overrightarrow{L}_O(M) = \overrightarrow{\text{cste}}}$. • Comme la direction du moment cinétique est constante, et que $\overrightarrow{L}_O(M) = m\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v}(M)$, le point M évolue dans un plan orthogonal au moment cinétique, et contenant O. Donc le mouvement est plan, dans le plan $(O, \overrightarrow{OM}(t=0), \overrightarrow{v}(t=0))$ orthogonal à $\overrightarrow{L}_O$. On peut donc décrire le mouvement du point M en coordonnées cylindriques d'axe $(O, \overrightarrow{L}_O)$. • On exprime la constante des aires $C = \|\|\overrightarrow{L}_O\|\|/m$: $\overrightarrow{L}_O(M) = mr\overrightarrow{e}_r \wedge (\dot{r}\overrightarrow{e}_r + r\dot{\theta}\overrightarrow{e}_\theta) = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e}_z \quad \text{donc} \quad \boxed{C = r^2\dot{\theta}}$ L'aire balayée par le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ par unité de temps est $V_A = \dfrac{\mathrm{d}\mathcal{A}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{2}r^2\dot{\theta} = \dfrac{C}{2} = \text{cste}$ Ainsi l'aire balayée par le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ est la même en tout point de la trajectoire pendant des durées égales.

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Conservation de l'énergie mécanique.</td><td>Exprimer l'énergie mécanique d'un système conservatif ponctuel à partir de l'équation du mouvement.</td><td>
Par projection de la seconde loi de Newton selon $\overrightarrow{e}_r$, on obtient l'équation différentielle

$$m\left(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2\right)=f(r) \quad \text{soit} \quad m\left(\ddot{r}-\frac{C^2}{r^3}\right)=f(r)$$

On effectue une intégrale première du mouvement en multipliant par $\dot{r}$:

$$m\dot{r}\ddot{r}-mC^2\frac{\dot{r}}{r^3}=\dot{r}f(r) \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2}m\dot{r}^2+\frac{mC^2}{2r^2}=-E_p(r)+\text{cste}$$

On rappelle que $\overrightarrow{F}=f(r)\overrightarrow{e}_r=-\overrightarrow{\text{grad}}E_p$, soit en coordonnées cylindriques, $f(r)=-\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r}$. Donc $\dot{r}f(r)=-\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t}$.
On reconnait alors l'énergie mécanique

$$\boxed{E_m=\frac{1}{2}m\dot{r}^2+\frac{mC^2}{2r^2}+E_p(r)=\text{cste}}$$
</td></tr>
<tr><td>Énergie potentielle effective. État lié et état de diffusion.</td><td>Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective.
Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective.
Relier le caractère borné du mouvement radial à la valeur de l'énergie mécanique.</td><td>
On met l'énergie mécanique sous la forme $E_m=E_c(\dot{r})+E_{p,eff}(r)$, avec $E_{p,eff}(r)$ l'énergie potentielle effective

$$\boxed{E_{p,eff}(r)=\frac{mC^2}{2r^2}+E_p(r)}$$

Comme l'énergie cinétique radiale $E_c(\dot{r})=\frac{1}{2}m\dot{r}^2\geq 0$, les valeurs possibles de r vérifient

$$\boxed{E_{p,eff}(r)\leq E_m}$$

Si r appartient à un intervalle borné, alors on parle d'état lié. C'est possible si $E_{p,eff}(r)$ possède un minimum.
Si r peut tendre vers $+\infty$, alors le mouvement est diffusif.
Pour les valeurs de r telles que $E_{p,eff}(r)=E_m$, l'énergie cinétique radiale est nulle, donc la vitesse est purement orthoradiale.
</td></tr>
</table>