

Dimensions et unités. Exercices.

Exercice 1 : Unités usuelles.

Bien que le système international d'unités ne comporte que sept unités fondamentales, nous en utilisons bien plus dans la vie quotidienne ou en physique.

Exprimer les unités suivantes en fonction des unités fondamentales du système international :

- 1) Le Hertz (Hz).
- 2) Le Newton (N) en utilisant le principe fondamental de la dynamique.
- 3) Le Pascal (Pa) en utilisant le fait qu'une pression est une force par unité de surface.
- 4) Le Joule (J) en utilisant l'expression de l'énergie cinétique.
- 5) Le Watt (W) en utilisant le fait qu'une puissance est la dérivée d'une énergie.

Exercice 2 : Formules et homogénéité.

- 1) Déterminer la dimension et l'unité des coefficients α et β apparaissant dans l'expression de la force F subie par un objet de masse m , de surface S et de vitesse v d'expression : $F = \alpha mv + \beta Sv^2$.
- 2) Déterminer la dimension et l'unité de τ apparaissant dans l'expression $U(t) = R \cdot I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ avec t le temps, R une résistance électrique et I_0 une intensité électrique.
- 3) On rappelle l'expression de la norme de la force universelle de gravitation entre deux corps de masse m_1 et m_2 , séparés de la distance r : $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$. Quelle est l'unité de la constante universelle de gravitation G en USI ?

Exercice 3 : Le pendule simple.

On considère un pendule simple, à savoir une masse m accrochée à un fil de longueur ℓ (de masse négligeable) qui est lui-même fixé en un point à son autre extrémité. Le système est soumis au champ de pesanteur terrestre g . On cherche à déterminer une expression plausible de la période propre du pendule à partir d'une analyse dimensionnelle.

- 1) En supposant que la période du pendule dépend des trois paramètres énoncés, écrire que celle-ci est proportionnelle à des puissances de ces paramètres. On notera k le coefficient de proportionnalité.
- 2) Effectuer une analyse dimensionnelle sur cette expression pour trouver les exposants définis précédemment.
- 3) En déduire une expression de la période du pendule.

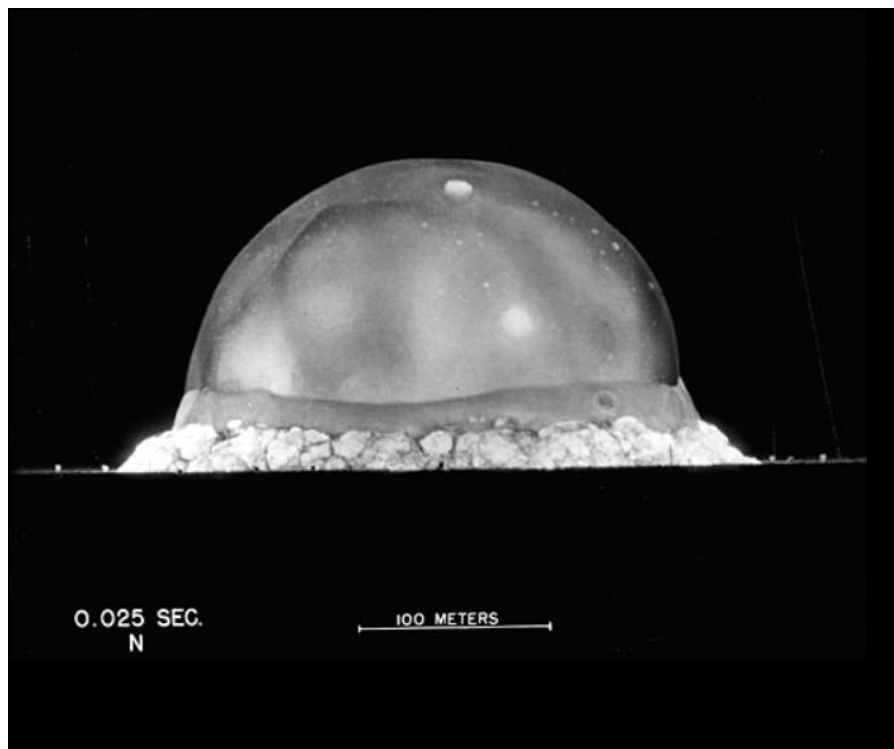
Exercice 4 : Énergie dégagée par l'explosion nucléaire Trinity.

Trinity est le nom de code du premier essai nucléaire de l'histoire. L'explosion eut lieu le 16 juillet 1945 à Alasmogordo au Nouveau Mexique, dans une zone désertique nommée Jornada del Muerto. Étant l'ultime étape du projet Manhattan, lancé par les Etats-Unis durant la seconde guerre mondiale, les données concernant ce projet étaient classées ultra-secrètes par la CIA.

Pourtant, le physicien anglais G.I. Taylor a pu estimer l'ordre de grandeur de l'énergie dégagée par cette explosion par une analyse dimensionnelle judicieuse sur la base d'un film. Le film permet de suivre au cours du temps le rayon $R(t)$ du « nuage » formé par l'explosion.

L'objectif de cet exercice est de reproduire le raisonnement de Taylor.

Des connaissances en mécanique des fluides et thermodynamique suggèrent que les paramètres influant sur le rayon du nuage sont évidemment le temps t s'étant écoulé depuis l'explosion et l'énergie E libérée par l'explosion, mais aussi la masse volumique de l'air $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$.



- 1) Établir la dimension d'une énergie en fonction des dimensions de bases du système international.
- 2) Taylor a supposé que le rayon du nuage s'écrit en fonction des paramètres cités ci-dessus sous la forme : $R(t) = E^a \cdot t^b \cdot \rho^c$ où a, b et c sont trois constantes. Déterminer les constantes a, b et c .
- 3) Dédurre de la question précédente l'expression de l'énergie libérée en fonction de R, ρ et t .
- 4) Estimer l'ordre de grandeur de sa valeur numérique à partir de la photographie.
- 5) Plusieurs années plus tard, la CIA a révélé que les mesures réalisées sur place permettaient d'estimer que l'énergie libérée par la bombe était d'environ 20 kilotonnes de TNT. Sachant que l'explosion de 1 kg de TNT libère environ $4 \cdot 10^6 \text{ J}$, calculer l'énergie libérée par l'explosion Trinity et commenter la qualité du résultat obtenu par analyse dimensionnelle.