

# Chiffres significatifs et incertitudes

## Prérequis

- Les incertitudes sont à donner avec deux chiffres significatifs.
- Toutes les incertitudes fournies sont des incertitudes-type.

Ainsi, si le résultat d'une mesure de vitesse est de 30 mètres par seconde avec une incertitude-type de 1 mètre par seconde, on notera cette vitesse

$$v = (30,0 \pm 1,0) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

## Résultats numériques

### Entraînement 26.1 — Écriture scientifique.



Réécrire les nombres en utilisant l'écriture scientifique. On veillera à garder les chiffres significatifs.

- |                    |                      |                                 |                      |
|--------------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|
| a) 31,5 .....      | <input type="text"/> | e) 2 023,9 .....                | <input type="text"/> |
| b) 0,0019 .....    | <input type="text"/> | f) 7 300 .....                  | <input type="text"/> |
| c) 0,8120 .....    | <input type="text"/> | g) $330 \times 10^6$ .....      | <input type="text"/> |
| d) 1 600 002 ..... | <input type="text"/> | h) $70,22 \times 10^{-4}$ ..... | <input type="text"/> |

### Entraînement 26.2 — Combien de chiffres significatifs ?



Indiquer le nombre de chiffres significatifs des grandeurs mesurées suivantes :

- |   |                      |  |                      |
|---|----------------------|--|----------------------|
| a) une intensité électrique de 0,39 A. .. | <input type="text"/> | c) une vitesse de 12,250 km · h <sup>-1</sup> . .... | <input type="text"/> |
| b) une tension de 12,84 mV. ....          | <input type="text"/> | d) une longueur de 0,002 0 m. ....                   | <input type="text"/> |

### Entraînement 26.3 — Opérations et chiffres significatifs.



Effectuer les calculs en gardant le bon nombre de chiffres significatifs.

- a) Combien de kilomètres sont parcourus en 6,0 min par une voiture roulant à une vitesse moyenne  $v = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  ? .....
- b) Quel est le périmètre d'un rectangle de largeur 6 mm et de longueur 15 cm ? .....

Le gain d'un pont diviseur de tension vaut  $G = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ . On effectue le montage avec une résistance  $R_1 = 0,9 \text{ k}\Omega$  et d'une résistance  $R_2 = 100 \Omega$ .

- c) Que vaut le gain  $G$  ? .....



**Entraînement 26.7 — Puissance électrique dans une résistance.**

On désire mesurer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance, donnée par  $\mathcal{P} = U \times I = RI^2$ .  
Donner la puissance (exprimée en watts) et son incertitude pour les mesures suivantes :

- a)  $U = (2,382 \pm 0,050) \text{ V}$  et  $I = (0,500 \pm 0,010) \text{ A}$  .....
- b)  $I = (0,500 \pm 0,010) \text{ A}$  et  $R = (4,70 \pm 0,14) \Omega$  .....
- c) Ces deux mesures sont-elles compatibles ?  
 (a) Oui (b) Non .....

**Entraînement 26.8 — Diamètre d'un tube.**

On mesure l'épaisseur d'un tube cylindrique au pied à coulisse.  
Le diamètre intérieur du tube est  $d = (6,8 \pm 0,1) \text{ mm}$  et le diamètre extérieur  $D = (10,3 \pm 0,1) \text{ mm}$ .

- a) Exprimer l'épaisseur  $e$  du tube en fonction de  $d$  et  $D$ .  
 (a)  $\pi(D^2 - d^2)$  (b)  $\frac{D-d}{2}$  (c)  $\sqrt{D^2 + d^2}$  (d)  $\frac{d-D}{2}$  .....
- b) En déduire l'expression de l'incertitude-type sur l'épaisseur  $u(e)$  en fonction de  $D$ ,  $d$ ,  $u(d)$  et  $u(D)$ .  
 (a)  $\frac{1}{2}\sqrt{u^2(D) + u^2(d)}$  (c)  $\sqrt{u^2(D) + u^2(d)}$   
 (b)  $\sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(d)}{d}\right)^2}$  (d)  $\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(d)}{d}\right)^2}$  .....
- c) En déduire le résultat de la mesure de  $e$ .  
 (a)  $e = (1,75 \pm 0,07) \text{ mm}$  (c)  $e = (1,8 \pm 0,1) \text{ mm}$   
 (b)  $e = (1,75 \pm 0,10) \text{ mm}$  (d)  $e = (1,750 \pm 0,071) \text{ mm}$  .....

**Entraînement 26.9 — Analyse d'une figure de diffraction.**

On mesure la figure de diffraction obtenue en interposant un cheveu entre un écran et un laser. La distance entre le cheveu et l'écran est  $D = (3 \pm 10 \times 10^{-3}) \text{ m}$  la longueur d'onde du laser  $\lambda = (632,80 \pm 0,10) \text{ nm}$ , et l'on observe une tache de diffraction de largeur  $\ell = (5,10 \pm 0,30) \text{ cm}$ .

Le diamètre  $d$  du cheveu peut alors se déduire de ces mesures *via* la relation :

$$d = 2 \frac{\lambda D}{\ell}.$$

- a) Exprimer l'incertitude  $u(d)$  en fonction de  $d$ ,  $\lambda$ ,  $D$ ,  $\ell$ ,  
 et de  $u(\lambda)$ ,  $u(D)$  et  $u(\ell)$  .....
- b) Quel résultat obtient-on pour  $d$ ? (en  $\mu\text{m}$ ) .....

# Incertitudes expérimentales

## Entraînement 26.10 — Série de mesures.



On procède à  $n = 10$  mesures d'une tension. Le tableau ci-dessous recense les résultats :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_i$ (en V)	4,955	5,596	4,271	4,955	5,164	5,371	4,671	4,736	5,393	4,183

a) Que vaut la moyenne arithmétique  $m = \frac{1}{n} \sum_i U_i$  de la série? .....

b) Calculer l'écart-type expérimental de la série  $\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_i (U_i - m)^2}{n - 1}}$  .....

L'incertitude-type de  $m$  est donnée par  $u(m) = \frac{\sigma_U}{\sqrt{n}}$ .  
 c) En déduire le résultat final de la mesure .....

## Entraînement 26.11 — Focométrie.



On procède à des mesures d'une distance focale (notée  $f'$ ) ; le tableau ci-dessous recense les résultats :

$f'$ (en cm)	24,6	24,5	25,1	25,1	25,3	25,4	24,9	24,8	24,9	25,4	25,3	24,9
--------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Donner le résultat final de la mesure .....

## Entraînement 26.12 — Résistances en série.



On dispose de  $n$  résistances identiques, dont l'incertitude relative est donnée à 1%. On les monte en série. Ainsi, la résistance totale est égale à la somme des résistances individuelles.

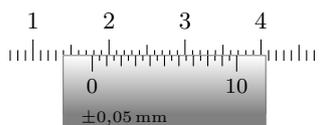
Quelle est l'incertitude relative pour la résistance totale lorsque  $n = 5$  ?

- (a) 0,44%                     
  (b) 1%                                     
  (c) 2,2% .....

## Entraînement 26.13 — Mesure au pied à coulisse.



On mesure le diamètre  $d$  d'un fil de cuivre au pied à coulisse (on prendra  $u(d) = 0,050$  mm) :



a) Que vaut le diamètre? .....

b) En déduire la section droite du fil (en  $\text{mm}^2$ ) .....

## Autour du z-score

### Prérequis

On appelle *écart normalisé* (ou *z-score*) entre deux grandeurs  $x_1$  et  $x_2$ , connues avec une incertitude type  $u(x_1)$  et  $u(x_2)$ , le nombre réel positif défini par

$$z = \frac{|x_2 - x_1|}{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}.$$

Par convention, les deux valeurs  $x_1$  et  $x_2$  sont dites compatibles si  $z \leq 2$ . Comme c'est un indicateur à comparer à 2, on ne garde qu'une décimale lors de sa détermination.

On utilise en particulier cette définition dans le cas où une des grandeurs, par exemple  $x_1$  peut être considérée comme une référence, avec une incertitude négligeable. On a alors  $u(x_1) \ll u(x_2)$  et la formule approchée plus simple :

$$z = \frac{|x_2 - x_1|}{u(x_2)}.$$

### Entraînement 26.14 — Z-scores et compatibilité.



Dans chaque situation, deux valeurs d'une même grandeur sont obtenues indépendamment.

Indiquer, en calculant leurs z-scores, si ces valeurs sont compatibles :

a) La vitesse du son dans l'air est déterminée expérimentalement à  $(349,0 \pm 2,3) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Une table de référence donne  $(344,08 \pm 0,69) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

(a) Oui, elles sont compatibles

(b) Non, elles ne le sont pas

b) Une température est mesurée par deux groupes en TP. Le premier groupe obtient  $(52,900 \pm 0,060) ^\circ\text{C}$ , le second  $(53,100 \pm 0,060) ^\circ\text{C}$ .

(a) Oui, elles sont compatibles

(b) Non, elles ne le sont pas

c) Une lentille est vendue pour avoir une focale de 25 cm. Lors d'une séance de TP, cette focale est mesurée à  $(24,05 \pm 0,85) \text{ cm}$ .

(a) Oui, elles sont compatibles

(b) Non, elles ne le sont pas

### Réponses mélangées

$1,0 \times 10^{-1}$     (a)     $1,9 \times 10^{-3}$      $(1,175 \pm 0,059) \text{ W}$      $(59,0 \pm 1,4) \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$   
 $(19,10 \pm 0,36) \text{ m}$     (b)     $(1,191 \pm 0,035) \text{ W}$      $(1,780 \pm 0,050) \text{ mm}$      $7,022 \times 10^{-3}$   
 $0,472 \text{ V}$     (a)    4    (d)     $8,120 \times 10^{-1}$      $(74,4 \pm 4,4) \mu\text{m}$     2    (b)  
 $2,0239 \times 10^3$     31 cm     $7,300 \times 10^3$     2     $d \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(\ell)}{\ell}\right)^2}$   
 $1,600\,002 \times 10^6$      $(0,90 \pm 0,36) \text{ m}$      $3,30 \times 10^8$      $(2,49 \pm 0,14) \text{ mm}^2$   
 (a)    (c) et (d)    4,9295 V    (a)     $(25,017 \pm 0,092) \text{ cm}$     8,0 km  
 $3,15 \times 10^1$      $(91,0 \pm 3,5) \text{ m}^2$     5    (b)     $(4,93 \pm 0,15) \text{ V}$      $0,910 \pm 0,035$