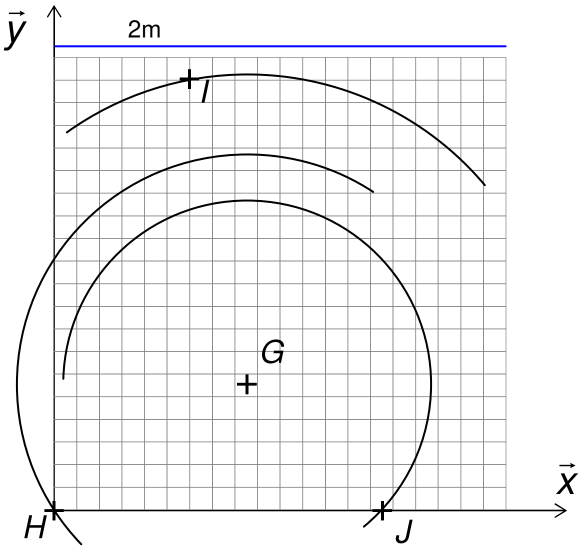
1. Le problème ne satisfait pas à la définition d'un problème plan, en particulier le chargement mécanique (pesanteur et réactions du sol) n'est pas dans le plan du piano, la pesanteur s'exerce perpendiculairement au plan...



2. Après avoir placé les points sur la figure ci-contre, compte-tenu des éloignements respectifs, on est tenté de conclure que : $Z_J > Z_H > Z_I$,

mais nous allons démontrer que ce n'est pas le cas.

3. L'inventaire des AME au piano (*noté* **1**) se résume ici à :

- l'action de la pesanteur : $\left\{ \mathscr{T}_{pes\to1} \right\} = {}_G\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}_p = -mg\vec{z} \\ \vec{M}_{G\,pes\to1} = \vec{0} \end{array} \right\}$

- les réactions du sol (noté **0**) : en H : $\left\{ \mathscr{T}_{0\to1} \right\} = {}_H\left\{ \begin{array}{l} \vec{H}_{0\to1} = Z_H\vec{z} \\ \vec{M}_{H\,0\to1} = \vec{0} \end{array} \right\}$,

en I : $\left\{ \mathscr{T}_{0\to1} \right\} = {}_I\left\{ \begin{array}{l} \vec{I}_{0\to1} = Z_I\vec{z} \\ \vec{M}_{I\,0\to1} = \vec{0} \end{array} \right\}$ et en J : $\left\{ \mathscr{T}_{0\to1} \right\} = {}_J\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_{0\to1} = Z_J\vec{z} \\ \vec{M}_{J\,0\to} = \vec{0} \end{array} \right\}$.

On décide d'écrire le PFS (*somme des torseurs des AME =* $\{0\}$) en H :

Il faut donc réécrire les moments d'un certain nombre de torseurs en H :

$$\left\{ \mathscr{T}_{pes\to1} \right\} = {}_G\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}_p = -mg\vec{z} \\ \vec{M}_{G\,pes\to1} = \vec{0} \end{array} \right\} = {}_H\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}_p = -mg\vec{z} \\ \vec{M}_{H\,pes\to1} = -55mg\vec{x} + 85mg\vec{y}\,(cm.N) \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \mathscr{T}_{0\to1} \right\} = {}_I\left\{ \begin{array}{l} \vec{I}_{0\to1} = Z_I\vec{z} \\ \vec{M}_{I\,0\to1} = \vec{0} \end{array} \right\} = {}_H\left\{ \begin{array}{l} \vec{I}_{0\to1} = Z_I\vec{z} \\ \vec{M}_{H\,0\to1} = +190Z_I\vec{x} - 60Z_I\vec{y}\,(cm.N) \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \mathscr{T}_{0\to1} \right\} = {}_J\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_{0\to1} = Z_J\vec{z} \\ \vec{M}_{J\,0\to1} = \vec{0} \end{array} \right\} = {}_H\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_{0\to1} = Z_J\vec{z} \\ \vec{M}_{H\,0\to1} = -145Z_J\vec{y}\,(cm.N) \end{array} \right\}$$

Le système à résoudre est donc :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \Sigma\vec{R}.\vec{z} = 0 & \Leftrightarrow & Z_H + Z_I + Z_J - mg = 0 \\ \Sigma\vec{M}_H.\vec{x} = 0 & \Leftrightarrow & -55mg + 190Z_I = 0 \\ \Sigma\vec{M}_H.\vec{y} = 0 & \Leftrightarrow & +85mg - 60Z_I - 145Z_J = 0 \end{array} \right.$$

$$\boxed{\left\{ \begin{array}{l} Z_I = \dfrac{55}{190}mg = 1086\,N \\ Z_J = \dfrac{1}{145}\left(85mg - 60Z_I\right) = 1749\,N \\ Z_H = mg - Z_I - Z_J = 915\,N \end{array} \right.}$$

4. Un piano à quatre pieds serait hyperstatique d'ordre 1, il manque une équation pour résoudre complètement, (*problème à 4 inconnues, une résultante par pied, mais le PFS ne donnera que 3 équations*)