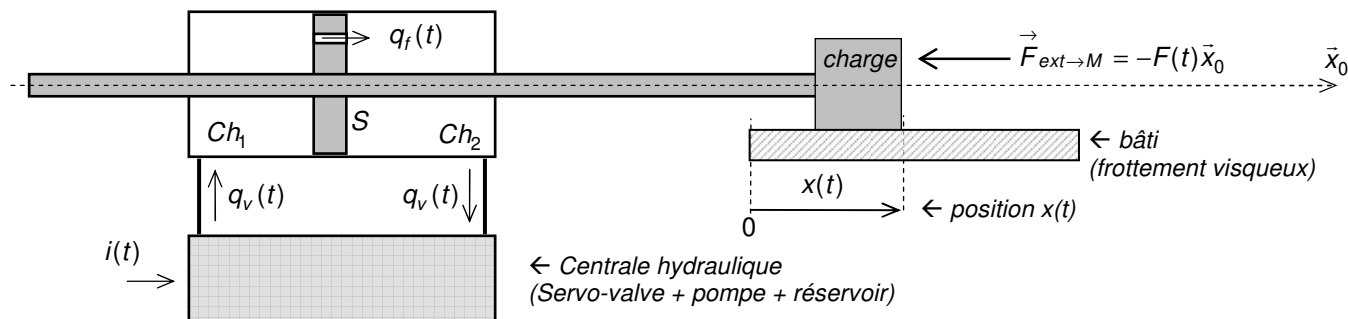


Présentation :

On étudie un système de positionnement d'une charge (qui glisse avec frottement sur un plan horizontal) poussée par un vérin hydraulique. Le vérin est équipé d'un ensemble piston/tige mobile de section utile S , piston qui sépare les deux chambres (1 et 2). La charge est également soumise à une action mécanique extérieure (effort résistant perturbateur) comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On repère par $x(t)$ la position de la charge et on note $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ la vitesse à laquelle se déplace la charge.

Le fonctionnement de la servovalve est tel que le débit volumique injecté dans le vérin est proportionnel à l'intensité : $q_v(t) = \lambda i(t)$

On modélise le défaut d'étanchéité du piston entre les deux chambres du vérin par l'existence d'un débit volumique dit de fuite entre les deux chambres, dont l'intensité est $q_f(t) = \frac{1}{R_h} (p_1(t) - p_2(t))$ où R_h correspond à une résistance hydraulique (constante) et $(p_1(t), p_2(t))$ sont les niveaux de pression dans chacune des chambres en $[Pa]$.

La conservation du débit permet d'écrire la relation : $q_v(t) = Sv(t) + q_f(t)$. Le frottement visqueux entre la charge et le bâti produit un effort résistant proportionnel à la vitesse, d'intensité $-f_v v(t) \vec{x}_0$, dont on tient compte dans le théorème de la résultante dynamique appliqué à l'ensemble en translation projeté sur l'horizontale \vec{x}_0 , soit :

$$S(p_1(t) - p_2(t)) - f_v v(t) - F(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$$

Questions :

- Les unités dans le système international $[kg, m, s]$ de la plupart des grandeurs physiques sont ici immédiates. Rappeler (ou retrouver) les unités (SI) d'une force (N), d'une pression (Pa) et d'un débit volumique. En déduire celle de la résistance hydraulique : R_h .
- En supposant toutes les conditions initiales nulles (conditions de Heaviside), donner les transformées de Laplace de chacune des 5 équations proposées. *Indication* : on notera $F(p) = \mathcal{L}[F(t)]$ malgré l'emploi de la majuscule.

En déduire comment compléter le schéma-blocs ébauché sur le document réponse avec :

en entrées les grandeurs $(I(p), F(p))$ et en sortie la grandeur intermédiaire $V(p) = \mathcal{L}\left[v(t) = \frac{dx(t)}{dt}\right]$.

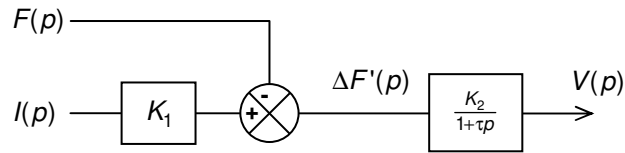
Donner finalement la fonction de transfert de $X(p) = \mathcal{L}[x(t)]$.

- En travaillant sur les équations (dans le domaine symbolique) par élimination de $\Delta P(p) = P_1(p) - P_2(p)$ et $Q_f(p)$, montrer que le système peut se modéliser sous la forme du nouveau schéma-blocs proposé sur le document réponse que vous complétez (*).

(* variante : il est également possible de travailler par manipulation sur le schéma-blocs en consultant si besoin le rappel donné en annexe (page suivante).

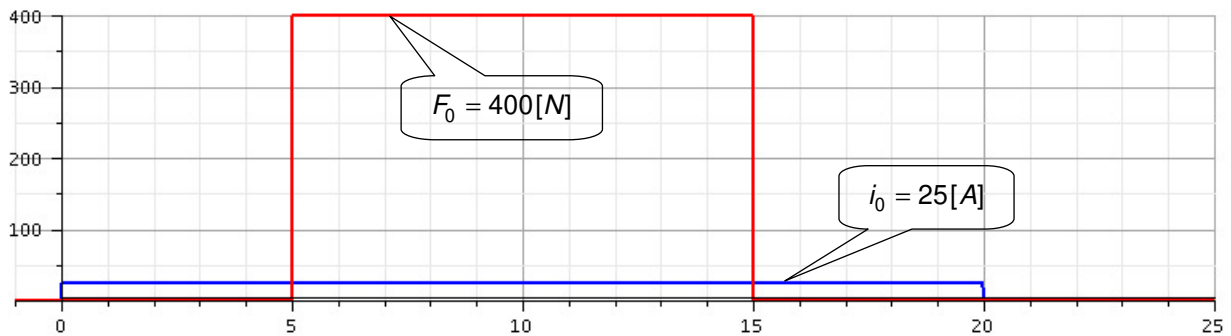
Dans ce nouveau schéma-blocs, l'effort extérieur apparaît bien comme une perturbation vis-à-vis de la consigne transmise. Peut-on dire si le système est asservi ou non ? Justifier.

Pour toute la suite, on adopte le schéma-blocs ci-dessous dont les fonctions de transfert sont proposées sous forme canonique.



On donne les valeurs numériques approchées des différents paramètres : $K_1 = 40 [N \cdot A^{-1}]$, $K_2 = 2 \cdot 10^{-4} [kg^{-1} \cdot s]$, $\tau = 0.50 [s]$.

On souhaite prédire/estimer la réponse en vitesse et position de ce modèle dans une situation où la commande en intensité est un échelon i_0 de durée $T_0 = 20 s$ et où une perturbation constante $F(t)$ (effort résistant) d'intensité F_0 apparaît durant une courte période de temps $t \in [5 s, 15 s]$ comme le montre la figure ci-dessous (où ont été superposées les courbes des 2 grandeurs d'entrées $i(t)[A]$ et $F(t)[N]$).



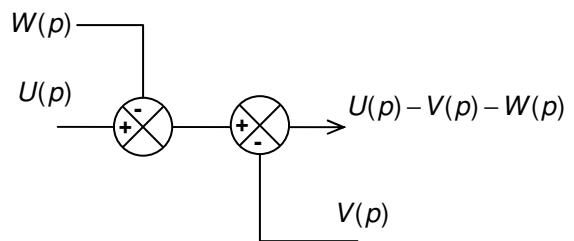
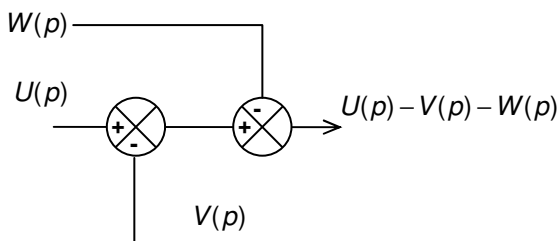
4. Donner, presque sans aucun calculs mais avec le maximum d'informations graphiques, l'allure de la courbe de réponse en vitesse $v(t)$ dans cette situation.

Si on néglige les transitoires de la réponse en vitesse (cela revient à négliger la constante de temps associée) :

- comment estimer simplement la distance approximative parcourue par la charge durant cet essai ?
- quelle sera l'allure approximative la courbe de $x(t)$?

Annexe : Rappel sur la manipulation des blocs dans un schéma-blocs

Pour information, si besoin, on rappelle que les deux structures ci-dessous sont rigoureusement équivalentes : (la permutation des comparateurs ne modifie pas la grandeur physique de sortie, ici : $U(p) - V(p) - W(p)$)



Réponse avec manipulation de schéma-blocs :

Schéma-blocs de départ

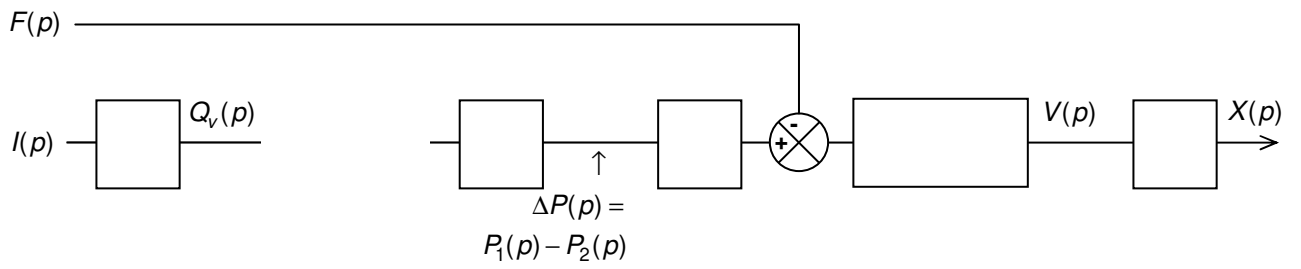
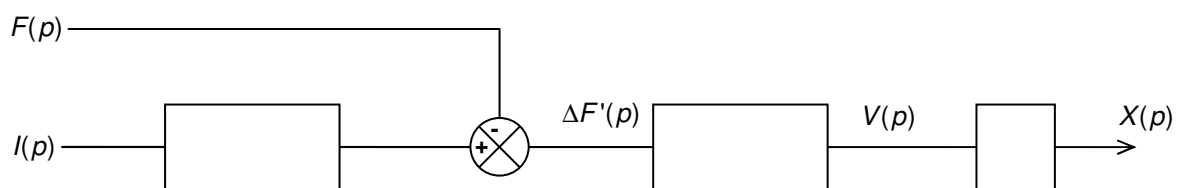


Schéma-blocs d'arrivée :



4. Tracés des réponses en vitesse $v(t)$ et déplacement $x(t)$ dans la situation envisagée (avec et sans perturbation).

