Chapitre 4 - TD :
Fonctions usuelles
Indications

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

24 septembre 2024

1 Puissances et logarithmes

Exercice	Indications
1	C'est juste un jeu d'écriture. Il faut seulement prendre garde à ne pas se mélanger les pinceaux dans les exposants et que chacun reste à sa place.
2	La première équation doit vous rappeler quelque chose. On a déjà vu des équation de cette forme. Il y avait une "astuce" qu'on a utilisée. Pour la seconde, il faut prendre des gants, mais c'est assez directe. La troisième est dans le désordre. Remettre de l'ordre, trier permet de mieux voir ce qu'on a.
3	On rappelle que $8 = 2^3$. Donc ...
4	Pour les premières inégalités, vous avez des méthodes en terminales. Il faut simplement les réutiliser (correctement). Nous verrons d'autres façons d'obtenir ces inégalités, de façons plus efficaces. Les dernières sont des applications des précédentes. Il faut bien choisir les valeurs de x.
5	On a la position relative de a par rapport à b. Donc on peut en déduire aussi une position relative de a/b et b/a. Or on connaît la monotonie de f. Le reste, c'est juste du calcul.
6	Pour l'inégalité, commencer par une petite analyse. Regrouper les deux sommes à gauche. On devrait pouvoir faire quelque chose ensuite.

2 Fonctions trigonométriques

Exercice	Indications
7	On connaît la formule de duplication de $\tan$ pour deux réels. Ça tombe bien : $3 = 2 + 1$!
8	Évidemment, après simplification, on doit voir apparaître une tangente. Ensuite, il s'agit de bien choisir les paramètres.
9	La méthode est classique et dans le cours.
10	C'est presque des sommes qu'on a déjà croisée. Il y a un petit truc en plus. Pas de panique, le début est le même.
11	Joyeux mélange. Ne pas aller trop vite et prendre le temps de faire les manipulations et transformations qu'il faut correctement. Et tout va bien se passer.

3 Fonctions trigonométriques réciproques

Exercice	Indications
12	Attention à en pas tomber dans les pièges trop grossier ! C'est le but de cet exercice. Repérer les pièges grossier et les éviter. Et pour cela, il suffit d'aller doucement en prenant proprement les définitions et premières propriétés du cours.
13	Il y a essentiellement deux façons. Soit par le calcul, mais ça nécessite de bien connaître le cours ; soit, plus classique, par l'étude de la fonction. Attention, c'est une composition. Il s'agit donc d'abord de vérifier que tout à un bien un sens.
14	Il y a un exemple similaire dans le cours. Il suffit d'adapeter. En particulier, d'abord réduire l'intervalle d'étude par périodicité. Puis, découper cet intervalle en petits intervalles sur lesquels on va pouvoir simplifier les expressions en utilisant les propriétés de simplifications du cours. Vous devriez, à chaque fois, tomber sur des expressions affines au pire.
15	C'est assez guidé. Il suffit de se laisser porter. Sauf pour la 3 qui nécessite plus d'initiative. Le plus simple est de reprendre la méthode de la question 1 en choisissant bien les complexes. Mais le calcul fait à la question 1, avec un peu de recul sur les manipulations des arguments, devrait vous mettre sur la voix sur les deux complexes à considérer. Attention, les calculs ne sont pas très beau. Il y a des fractions un peu moches.
16	Là aussi, un exemple a été fait dans le cours. Bien sûr, il s'agit d'utiliser la formule de 7 (qu'on retrouve aussi dans l'exo précédent). Pour pouvoir "l'éliminer" ensuite, il faut savoir où se trouve l'angle. Et c'est là la partie difficile. La dernière question est du même genre, mais évidemment, il ne faut pas utiliser de tangente.
17	Ce sont des équations à résoudre. Donc il faut raisonner par analyse-synthèse. En particulier, il faut commencer par déterminer quels sont les intervalles dans lesquels peut varier x. Ensuite, on utilise les formules du cours pour trouver les valeurs de x possibles. Attention, il n'y a pas toujours de bijections !
18	Le but de cet exercice est de comprendre comment font les physiciens et les SI-istes pour choisir un argument d'un complexe. Il y a deux méthodes (à ma connaissance). Pour la première méthode, commencer par écrire la forme trigonométrique de z de façon théorique. Puis exprimer la tangente d'un argument en fonction de la partie réelle et imaginaire. Et ensuite, il n'y a "plus qu'a" conclure. La seconde méthode est assez similaire.
19	L'exercice est assez bien guidé. Il faut faire attention, mais toutes les idées sont données. Ce n'est "que" de la rédaction.

4 Fonctions hyperboliques

Exercice	Indications
20	C'est très classique. La terminale vous a donné une méthode (pas très efficace et pas très belle) qui fonctionne bien dans ce genre de cas.
21	C'est du calcul. Reprendre les définitions des différentes fonctions et des variables ; les remplacer au bon moment ; faire les simplifications. Et hop.
22	On a déjà vu ces sommes avec le cas trigonométrique circulaire. Comme les deux trigonométries se ressemblent énormément, pas de raison qu'on ne puisse pas faire la même chose avec la trigonométrie hyperbolique. Les manipulations à faire sont essentiellement les mêmes. Évidemment, il n'y a pas de complexe cette fois-ci. Ce qui engendre quelques adaptations.
23	Cet exercice devrait vous en rappeler un autre. C'est le but. Retrouver l'exercice qui ressemble (il n'y a pas beaucoup de chapitre pour le moment, donc ça ne devrait pas être très compliqué à retrouver) et adapter la résolution.

24	On prouve la relation, on télescope. Bon. Voila.