



DM 1

Informatique

Auto-nombres

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

Pour le Vendredi 01 Novembre 2024

On renverra le code dans un fichier dont le nom devra être "DM1.Nom_Prénom.py" (attention, l'extension n'est pas toujours affiché par défaut sur les machines fonctionnant sous windows (c'est nul windows)).

Le but de ce problème est d'étudier de façon un peu empirique les auto-nombres et de déterminer quelques propriétés.

On dit qu'un entier $n \in \mathbb{N}^*$ est un auto-nombre s'il n'est jamais la somme d'un nombre inférieur à lui et des chiffres qui le composent. Autrement dit, $n \in \mathbb{N}^*$ n'est pas un auto-nombre si il existe $k \in \{1, \dots, n-1\}$, n est la somme des chiffres qui composent k et de k . Par exemple, 10 n'est pas un auto-nombre car $10 = 5 + 5$; 15 non plus, car $15 = 12 + 1 + 2$. Mais 20 est un auto-nombre, car $20 \neq 1 + 1$, $20 \neq 2 + 2$, $20 \neq 3 + 3$, ..., $20 \neq 10 + 1 + 0$, $20 \neq 11 + 1 + 1$, $20 \neq 12 + 1 + 2$, $20 \neq 13 + 1 + 3$, ..., $20 \neq 19 + 1 + 9$ et $20 \neq 20 + 2 + 0$.

1. Écrire une fonction `autonb(n)` qui renvoie **True** ou **False** selon si n est un auto-nombre ou non.
2. (a) Écrire une fonction `ListeAuto(N)` qui renvoie la liste de tous les auto-nombres inférieurs ou égaux à N .
(b) Écrire une fonction `Diff(N)` qui renvoie la liste de toutes les différences possibles entre deux auto-nombres successifs. On ne demande que la liste des valeurs qui existent et pas la liste de toutes les différences (*i.e.* on ne fera pas de redondance dans la liste, par exemple, pour $N = 10$, on devra renvoyer `[2]` seulement).
(c) Calculer `Diff(100)` puis `Diff(500)` puis `Diff(1000)`. Quelle conjecture peut-on établir.

Nous allons maintenant tester cette conjecture.

3. (a) Écrire une fonction `NextAuto(n)` qui renvoie le premier auto-nombre supérieur ou égal à n .
(b) Écrire une fonction `Saut(N)` qui renvoie le premier auto-nombre inférieur ou égal à N dont la différence avec son successeur est strictement supérieur à 11, s'il existe, et qui renvoie 0 s'il n'existe pas.
(c) Déterminer alors le premier auto-nombre pour lequel un "grand saut" apparaît.
(d) Écrire une fonction `GrandSaut(N)` qui renvoie la liste de tous les auto-nombres inférieur à N avec leur successeurs pour lesquels il y a un grand saut (donc une différence plus grande que 11). On renverra une liste de listes de 3 éléments : les deux auto-nombres et la différence entre les deux. (On utilisera la fonction `ListeAuto` dans cette fonction pour réduire le temps de calcul plutôt que `NextAuto`.)
(e) Combien y a-t-il de grand saut avant 5000 ? (attention, si vous avez bien codé les fonctions précédentes, les calculs doivent se faire en 2 ou 3 dizaines de secondes) On pourra utiliser la fonction `ListeAuto`.
4. Écrire une fonction `NonAuto(N)` qui renvoie la liste des non-auto-nombres pouvant se décomposer d'au moins deux façons différentes. Autrement dit, `NonAuto(N)` renverra une liste de listes, chacune contenant au moins 3 éléments. Le premier doit être un nombre inférieur ou égal à N qui n'est pas un auto-nombre et les autres, des nombres distincts qui permettent de décomposer le premier. Autrement dit, on devra trouver des listes de la forme `[n,p,q]` avec $p, q \leq n \leq N$ et $p \neq q$ et n pouvant s'écrire à la fois comme la somme de p et des chiffres qui le

composent et la somme de q et des chiffres qui le composent. Par exemple, on devra trouver $[101, 91, 100]$ car $101 = 91 + 9 + 1 = 100 + 1 + 0 + 0$. S'il y a plus de deux décompositions, la liste contiendra évidemment plus de 3 éléments.

5. Combien vaut la somme de tous les non-auto-nombres inférieurs ou égaux à 1000 qui peuvent se décomposer au moins de 2 façons différentes ?