



MPSI

Programme de colle 9 : **Groupes, Anneaux, Corps**

Semaine du 25/11/2024 au 29/11/2024

**Cours :**

- Définition d'une LCI, commutativité, associativité, élément neutre, inversibilité (à gauche, à droite, bilatérale), distributivité
- Unicité de l'élément neutre, de l'inverse bilatère
- Inversibilité d'un produit, Involution de l'inversion
- Structure de groupe
- Définition et caractérisation des sous-groupes, groupe abélien
- Groupe des bijections, groupes de références
- Notations additive et multiplicative
- Commutativité des puissances
- Ordre d'un élément dans un groupe
- Produit cartésien de groupes
- Intersection de sous-groupes
- Sous-groupes de  $(\mathbb{Z}, +)$  et  $(\mathbb{R}, +)$
- Sous-groupe engendré par une partie, groupe cyclique
- Homomorphisme de groupe, noyau, image
- Image de l'élément neutre et d'un inverse
- Caractérisation de l'injectivité par le noyau
- Image directe et réciproque de sous-groupes
- Réciproque d'un isomorphisme de groupe
- Structure d'anneau, anneau intègre, corps
- Calculs dans un anneau (Newton, factorisations classiques etc)
- Inversibilité dans un anneau, groupe des inversibles (noté  $A^\times$ ),  $\mathbb{Z}^\times$
- Sous-anneau, caractérisation, Sous-anneau de  $\mathbb{Z}$
- Morphismes d'anneau

**Démo à connaître :**

- Unicité de l'élément neutre
- Inversibilité d'un produit
- Sous-groupes de  $(\mathbb{Z}, +)$
- Image directe et réciproque d'un sous-groupes par un morphisme
- Caractérisation de l'injectivité par le noyau