



## Chapitre 9 - TD :

# Espaces vectoriels

## Indications

Simon Dauguet  
*simon.dauguet@gmail.com*

28 novembre 2023

### 1 Espaces Vectoriels

| Exercice | Indication  |
|----------|---|
| 1        | Il faut utiliser la définition (avec les 9 points) d'un ev. Pas le choix. |

### 2 Sous-ev

| Exercice | Indication  |
|----------|---|
| 2        | Si oui, il faut une preuve avec la caractérisation des sev, si non, il faut un contre-exemple.                        |
| 3        | Idem, mais les ensembles sont moins faciles à manipuler.  |
| 4        | C'est de l'application directe du cours. C'est pour utiliser directement dans un cas simple les définitions du cours. |
| 5        | Idem que pour le précédent, mais on rajoute un paramètre. Il faut faire avec.   |

### 3 Opérations sur les sev

| Exercice | Indication   |
|----------|--|
| 6        | Théorie des ensembles et espaces vectoriels sont dans un bateau ...  |
| 7        | Théorie des ensembles et espaces vectoriels. C'est pas dur, mais il faut avoir les idées claires.  |
| 8        | Rebelote. Attention en passant du cadre théorie des ensembles au cadre des espaces vectoriels.   |
| 9        | On continue, mais on complique un peu.   |
| 10       | Utiliser la définition de deux sev supplémentaire. Raisonner par analyse-synthèse pour la somme : si $h$ est une application quelconque et si $g$ est sa décomposition dans la somme, alors $f = h - g$ est forcément ce qu'il faut. |
| 11       | Idem. Attention, il y a de la trigo un peu en plus. Toujours une analyse-synthèse pour prouver $F + G = E$ .   |

|    |  |
|----|--|
| 12 | Plus dur. On ne donne pas de supplémentaire. Il faut en trouver un. Et pour trouver un bon candidat, essayer de penser à des fonctions simples (très simples) qui ne sont pas dans $F$ . Ensuite, il reste à montrer que ce candidat est le bon. Par analyse-synthèse. |
| 13 | Théorie des ensemble et $ev$ sont dans un bateau ... Il faut y aller doucement et être bien organisé.  |
| 14 | La définition de plusieurs sev en sommes directes est dans le cours. C'est que de la vérification.   |
| 15 | Même version que 14 mais dans une version théorique.   |
| 16 | On généralise encore un peu le processus. Il faut exploiter la définition des sommes directes.   |

## 4 Familles libres, Famille génératrices

| Exercice | Indication  |
|----------|---|
| 17       | Application directe du cours. Quelle est la définition de famille libre ? Comment ça s'utilise ?  |
| 18       | Comme au dessus, mais avec un paramètre à gérer. Il risque fort d'y avoir une disjonction de cas à faire. Elle doit être naturelle. LA disjonction doit apparaître quand elle est nécessaire. |
| 19       | Idem, mais cette fois-ci, les vecteurs sont des fonctions.  |
| 20       | Idem encore, mais avec un récurrence. On complique. C'est commence à devenir drôle.   |
| 21       | Classique. Toujours de l'application directe du cours, mais on mélange un peu les informations.   |
| 22       | Sorte de généralisation de l'exo précédent. On rappelle que les $\alpha_i$ sont des scalaires. Donc $\sum_{i=1}^n \alpha_i$ aussi.  |
| 23       | Toujours la définition d'une famille libre. Il suffit d'écrire, sans planter dans les sommes.   |
| 24       | Plus dur. Il faut se ramener à un problème d'arithmétique.  |
| 25       | Application directe du cours. Définition d'une famille génératrice d'un $ev$ ?  |
| 26       | Utiliser la contraposée pour la 2.  |