



**MPSI**  
**Programme de colle 11 : Dimensions Finies**

Semaine du 09/12/2024 au 13/12/2024

**Cours :**

- Famille libre, famille génératrice d'un ev
- Sous-famille d'une famille libre, sur-famille d'une famille génératrice d'un ev
- Principe d'extension d'une famille libre
- Principe d'élimination dans un Vect
- Principe de substitution dans un Vect
- Création d'une somme directe à partir d'une famille libre
- Base, bases canoniques des ev de référence
- Composantes d'un vecteurs dans une base
- Définition d'un ev de dimension finie
- Existence de base pour un ev de dimension finie
- Théorème de la base extraite, de la base incomplète
- Condition suffisante d'une famille liée en dimension finie
- Nombre de vecteurs d'une base, définition de la dimension
- Nombre de vecteurs d'une famille libre / génératrice d'un ev de dimension finie
- Caractérisation des bases en dimension finie
- Dimension d'un sev
- Hyperplan
- Dimension d'une somme directe
- Formule de Grassmann
- Caractérisation des supplémentaires en dimension finie
- Caractérisation des sommes directes par les dimensions
- Rang d'une famille de vecteurs
- Caractérisation de la liberté / des familles génératrices / des bases par le rang

**Démo à connaître :**

- Principe d'extension d'une famille libre (1.3)
- Condition suffisante pour avoir une famille liée en dimension finie (2.3)
- Caractérisation des bases en dimension finie (2.8)
- Formule de Grassmann (3.6)
- Caractérisation des supplémentaires en dimensions finie (3.8)