



**MPSI**  
**Programme de colle 14 : Dérivabilité**

Semaine du 13/01/2025 au 17/02/2025

**Cours :**

- Taux de variations, nombre dérivé, Tangente, Tangente verticale
- Dérivabilité  $\implies$  continuité
- Dérivabilité et opérations (somme, produit, inverse, composée)
- Dérivée d'une réciproque
- Demi-dérivée, demi-tangente
- Caractérisation de la dérivabilité par les semi-dérivabilités
- Fonctions de classe  $C^k$ ,  $D^k$
- Caractérisation des applications  $k$ -fois dérivables
- Formule de Leibniz, dérivée  $n$ -ème et opérations
- Extremums locaux, globaux
- Théorème de recherche d'extremums
- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis
- Inégalités des accroissements finis
- Fonctions Lipschitziennes
- Continuité des fonctions lipschitziennes
- Lien signe de la dérivée et variations
- Théorème de la dérivée
- Théorème de classe  $C^1$  par prolongement (aka théorème satanique)
- Convexité, concavité, Inégalité de Jensen
- Fonction convexe et cordes, tangentes
- Caractérisation de la convexité par la croissance des taux de variations
- Caractérisation de la convexité par les dérivées
- Régularité des fonctions convexes
- Extensions aux fonctions complexes

**Démo à connaître :**

- Théorème de recherche d'extremums (2.2)
- Théorème de Rolle (2.3)
- Théorème des accroissements finis (2.4)
- Lien signe de la dérivée et monotonie (2.9)
- Théorème de la limite de la dérivée (2.12)
- Inégalité de Jensen (3.1)