

Chapitre 17 - TD : Analyse Asymptotiques

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

4 février 2025

1 Équivalents, Limites etc

Exercice 1 :

Déterminer des équivalents simples des expressions suivantes en $+\infty$

1. $\frac{\sqrt{x^3+2}}{\sqrt[3]{x^2+3}}$
2. $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}$
3. $\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$
4. $\frac{\ln(x+1)}{\ln x} - 1$
5. $\sqrt{\ln(x+1)} - \sqrt{\ln(x-1)}$
6. $x \ln(x+1) - (x+1) \ln x$

Exercice 2 :

Déterminer des équivalents simples des expressions suivantes en 0 :

1. $\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$
2. $\tan x - \sin x$
3. $e^x + x - 1$
4. $\ln(1 + \sin x)$
5. $\ln(\ln(1+x))$
6. $(\ln(1+x))^2 - (\ln(1-x))^2$

Exercice 3 :

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^{-x} + x^2}{x - \ln x}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x - x}{x + \cos x}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{xe^x - x^2}}{e^x + e^{-x}}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin x}{x \ln x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x) + x^2}{\ln(x + x^2)}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}$
7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\ln x}}{\ln x}$
8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\ln x} \right)^{\frac{\ln x}{x}}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$
10. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2^x + 3^x}{2^{x+1} + 5^{x/2}} \right)^{\frac{1}{2-x}}$
11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\operatorname{ch}(\sqrt{x+1}) - \operatorname{ch}(\sqrt{x}) \right)^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$
12. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^a - a^x}{\arctan x - \arctan a}, a > 0$
13. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{t^2+1}) - \operatorname{sh}(\sqrt{t})}{(1+1/t)^t - \frac{t^6}{6} \ln(t)^2}$