



**MPSI**  
**Programme de colle 20 : Matrices**

Semaine du 17/02/2025 au 21/03/2025

**Cours :**

- Matrices, Matrices colonnes, Matrices lignes
- Lignes et colonnes d'une matrice
- Matrice carré, Matrice identité
- Opérations matricielles, structures
- Matrices élémentaires, bases de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
- Produit des matrices élémentaires
- Produit d'une matrice par une matrice ligne ou colonne
- Lignes et colonnes d'un produit
- Puissances d'une matrice
- Évaluation polynomiale en une matrice
- Commutativité des évaluations polynomiales en une même matrice
- Matrices inversibles
- Caractérisation de l'inversibilité par l'inversibilité unilatéral
- Matrices nilpotentes
- Matrices diagonales, structure, dimension, stabilité par produit
- Matrices triangulaires, structure, dimension, stabilité par produit
- Caractérisation des matrices diagonales ou triangulaires inversibles
- Matrices par blocs, opérations par blocs
- Transposition, matrices symétriques, matrices antisymétriques
- Linéarité et involution de la transposition
- Transposée d'un produit, inverse
- Structure, dimension et supplémentarité de  $\mathcal{S}_n(\mathbb{K})$  et  $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$
- Trace, propriété algébrique (linéarité et produit)

**Démo à connaître :**

- Inversibilité à droite ssi inversibilité à gauche ssi inversibles
- Caractérisation des matrices diagonales inversibles
- Transposée d'un produit
- Supplémentarité des matrices symétriques et antisymétriques
- Propriétés de la trace