



Chapitre 20 - TD :

Représentation Matricielle

Indications

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

11 mars 2025

1 Représentation matricielle

Exercice	Indications
1	Attention aux définitions. En prenant le temps, il ne devrait pas y avoir de problèmes.
2	C'est le même exercice qu'au dessus. Il suffit de faire attention aux définitions.
3	Le but de cet exercice est de réussir à lire les informations sur l'endomorphisme sur la matrice. Vu qu'il y a un isomorphisme de représentation matricielle, on peut tout lire sur la matrice. Et pour ça, c'est toujours une question de définition. Il suffit de traduire les questions dans le monde matriciel.
4	Même exercice. On formule un peu différemment.
5	On continue. Et on complique la formulation un peu.
6	Cet exercice a déjà été fait. On le refait ici mais traduit sous forme matricielle. Ce qui simplifie un peu les choses.
7	Il s'agit ici de bien choisir les bases de départ et d'arrivée en exploitant le fait que $f^2 = 0$. Commencer par traduire ça sur le noyau et l'image de f , puis choisir correctement des bases.
8	Passer par la caractérisation par le noyau. Et faire un raisonnement par l'absurde.

2 Changement de base

9	C'est un exercice classique. On part d'une base dans laquelle la matrice est moche. Puis on écrit la matrice dans une nouvelle base. C'est plus joli.
10	Même exercice, mais formulé différemment. Et en prime, on calcule les puissances matricielles.
11	Encore le même exercice. Mais cette fois-ci, c'est moins guidée. Il y a moins de questions. C'est à vous de jouer.
12	Encore la même chose, mais cette fois, on rajoute un intérêt à la fin : des suites récurrentes linéaires imbriquées.
13	Le but de cet exercice, est de pousser la maîtrise un peu plus loin. Les matrices sont aussi des vecteurs. Attention au sens. Ne pas confondre vecteurs-matrices avec matrices d'un vecteur.

3 Rang

14	C'est le début des rang. On peut le faire comme avant, avec les images. Mais c'est plus facile de le lire matriciellement, bien sûr.
15	Raisonner par l'absurde. Et le contraire de "au moins une", c'est ... ?
16	C'est de la lecture matricielle. On peut avoir le $\text{rg}(AB)$. On peut alors en déduire $\text{rg}(A)$ et $\text{rg}(B)$. Puis, le calcul de $(AB)^2$ et quelques factorisations astucieuse va permettre, en utilisant les rang, d'en déduire BA .
17	Cet exercice a déjà été fait, mais sous forme vectorielle. On l'écrit maintenant sous forme matricielle.
18	Commencer par montrer que $\ker(A) = \ker(A^tA)$. Puis penser à un mathématicien changeant une ampoule.
19	Toujours pareil, cet exercice a déjà été fait.

4 Application de la représentation matricielle

20	Passer par les matrices identités par blocs selon le rang.
21	Passer par les matrices identités par blocs selon le rang.
22	Passer par les matrices identités par blocs selon le rang et bien choisir les matrices.
23	<ol style="list-style-type: none"> 1. Utiliser des restrictions d'applications linéaires et le théorème du rang. 2. C'est une application de la question précédente. Utiliser les représentations matricielles pour donner un sens à $\text{rg}(AB)$ etc.
24	Dans un vieux chapitre, on a vu un lien entre hyperplan et forme linéaire. Et pour la deuxième question, raisonner par l'absurde, passer par les matrices identités par blocs selon le rang et choisir de bonnes matrices pour aboutir à une contradiction.
25	C'est assez bien guidé. Le but est de voir que les matrices, c'est très pratique.
26	Attention aux français ! Il faut bien comprendre les questions. En écrivant tous les détails, il n'y a pas de problème affreux. C'est un peu fastidieux, à cause des produits matriciels, un peu technique, mais pas compliqué.
27	Il s'agit de bien comprendre ce qu'on cherche pour poser correctement les questions. Une fois que tout est clair, ce n'est que de la vérification classique.