NOM :
Prénom :

Vendredi 28 Mars 2025

Interrogation 8

Manipulations d'images

Correction

Exercice 1 :
Donner les syntaxes précises suivantes avec rédaction éventuelle :

1. Définir le produit de Hadamard de deux matrices.

Si $A, B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, le produit de Hadamard de A et B est la matrice $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ définie par $\forall i \in \{1,\dots,n\}$, $\forall j \in \{1,\dots,p\}$, $[C]_{i,j} = [A]_{i,j}[B]_{i,j}$. Le produit de Hadamard de deux matrices de même taille est le produit des deux matrices coefficients par coefficients.

2. Définir le produit de convolution de deux matrices.

Soit $M \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $C \in \mathcal{M}_{r,s}(\mathbb{K})$ avec $r \leq n$ et $p \leq s$. Le produit de convolution de M par C, correspond à faire, pour tout $i \in \{1,\dots,n\}$ et tout $j \in \{1,\dots,p\}$, le produit scalaire canonique entre la matrice de même taille que C extraite de M centrée en $[M]_{i,j}$ (avec troncatures éventuelles sur les bords) avec la matrice C. Le résultat est une matrice de même taille que M dont tous les coefficients sont les produits scalaires précédemment calculés.

2. Expliciter les deux méthodes de détection des contours dans une image.

Pour détecter des contours dans une image, l'idée générale est de repérer une forte variation de contraste entre deux pixels adjacents. Il y a deux méthodes essentielles : par le gradient ou le Laplacien.

La méthode par le gradient consiste à faire le produit de convolution de la matrice de l'image par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ pour avoir la variation de contraste horizontalement ; et par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$ pour avoir la variation de contraste verticalement. On utilise ensuite une distance avec ces deux matrices.

Pour la méthode par Laplacien, on fait simplement le produit de convolution de la matrice de l'image par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 :
À propos des matrices :

1. Donner des commandes pour créer une variable `mat` contenant la matrice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$.

```
>>> mat = [[3,4,7],[1,2,8]]
```

2. Que renvoie `len(mat)` ?

`len(mat)` renvoie la longueur de la liste `mat`, c'est-à-dire le nombre de lignes de la matrice, en l'occurrence 2.

3. La commande `mat[1][2]` a-t-elle un sens ? Si oui, que renvoie-t-elle ? Si non, pourquoi ?

La commande `mat[1][2]` est bien définie car `mat` contient deux lignes et 3 colonnes, donc un élément d'indice $(1,2)$. Et donc, elle renvoie 8.

4. La commande `mat[2][1]` a-t-elle un sens ? Si oui, que renvoie-t-elle ? Si non, pourquoi ?

La commande `mat[2][1]` n'a pas de sens ici, puisque la matrice `mat` n'a que deux lignes, donc pas de lignes d'indices 2.

5. Si l'on tape les commandes suivantes dans l'interpréteur :

```
>>> mat2 = [mat[k] for k in range(len(mat))]
>>> mat2[0] = [6,7,8]
>>> mat2[1][1] = 9
```

Que contiennent les variables `mat` et `mat2` ?

`mat` et `mat2` contiennent les mêmes matrices (`mat2` est un duplicata de `mat`) $\begin{pmatrix} 6 & 7 & 8 \\ 1 & 9 & 8 \end{pmatrix}$.

6. Proposer une modification des commandes précédentes pour régler les problèmes éventuels.
On pourrait taper par exemple à la place de la première ligne :

```
>>> mat2 = [mat[k][:] for k in range(len(mat))]
```

Exercice 3 :
Écrire une fonction `hadamard(m1:list, m2:list) -> list` effectuant le produit de Hadamard des deux matrices `m1` et `m2`. Si le produit de Hadamard des deux matrices n'est pas défini, la fonction renverra un tableau vide.

```
def hadamard(m1:list, m2:list) -> list :
    n,p = len(m1),len(m1[0])
    if (len(m2) != n) or (len(m2[0]) != p) :
        return([])
    else :
        nm = [[0]*p for k in range(n)] # nouvelle matrice de 0
        for i in range(n) :
            for j in range(p) :
                nm[i][j] = m1[i][j]*m2[i][j]
        return(nm)
```