



Chapitre 23 - TD

Groupe symétrique

Indications

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

1^{er} avril 2025

Exercices	Indications
1	C'est le début. C'est bien guidé.
2	Le problème vient du dernier cas. Et le problème vient de n . Regarder avec $n = 4$ puis $n = 5$ pour se faire une idée.
3	Idem, le problème c'est le troisième cas. Compter le nombre d'inversions.
4	C'est bien guidé.
5	Cette composition peut s'écrire différemment de façon simple. À partir de là, il devrait être possible de la décomposer avec les transpositions.
6	C'est du dénombrement. Attention à bien comprendre comment on fabrique un k -cycles.
7	On rappelle que \mathfrak{S}_n est engendré par les transpositions. Et si on prend un $\sigma \in Z(\mathfrak{S}_n)$, alors on va pouvoir utiliser la question précédente.
9	C'est du dénombrement aussi. Regarder les orbites de σ .
12	Il suffit de reprendre la caractérisation des sous-groupes et de faire les vérifications d'usages.
13	On a déjà certaines transpositions engendrant \mathfrak{S}_n . Si celles proposées engendrent les transpositions engendrant \mathfrak{S}_n , c'est gagné.
14	Il suffit de reprendre la définition de A_n . On a des permutations génératrices de A_n . Reste plus qu'à montrer que celles proposées permettent de reconstituer celles dont on a besoin.
15	Regarder le premier élément qui n'est pas fixé par σ . Puis en utilisant une bonne transposition, fabriquer une autre permutation qui va permettre d'atteindre le maximum de T .
16	C'est du dénombrement. Tout est un problème de modélisation. En particulier, considérer $\delta(\sigma, i) = \delta_{i, \sigma(i)}$.
17	C'est guidé. C'est du dénombrement.
18	Il suffit de suivre les questions.
19	Attention, ce sont des matrices. Sans l'oublier, c'est facile.