

NOM :  
Prénom :

Mardi 10 Juin 2025



# Interrogation 29

## Espaces Préhilbertiens Réels

### Exercice 1 :

Donner les définitions ou énoncés précis suivants avec quantificateurs et rédaction :

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| 1. Définition d'un produit scalaire. | 5. Coordonnées et produit scalaire dans une BON. |
| 2. Théorème de Pythagore.            | 6. Inégalité de Cauchy-Schwarz.                  |
| 3. Identités remarquables.           | 7. Définition de l'orthogonal d'une partie.      |
| 4. Identités de polarisation.        | 8. Orthogonalité et sommes de sev.               |

### Exercice 2 :

Soit  $T > 0$ . Montrer que  $(f, g) \mapsto \langle f|g \rangle = \int_0^T f(t)g(t)dt$  est un produit scalaire sur  $\mathcal{C}_T^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ , l'ensemble des fonctions continues  $T$ -périodiques.