Lycée Loges

MPSI
Programme de colle 12 : **Applications Linéaires**

Semaine du 15/12/2025 au 19/12/2025

Cours :

- Définition application linéaire, Isomorphisme, Endomorphisme, Automorphisme
- Structure de $\mathcal{L}(E,F)$, de $\mathcal{L}(E)$, Polynôme d'endomorphisme
- Image, noyau
- Caractérisation de l'injectivité par le noyau
- Noyau et image d'une restriction.
- Image d'un Vect, famille génératrice de $\mathrm{Im}(f)$.
- Caractérisation de l'injectivité par les images de familles libres.
- Comparaison entre $\dim(f(V))$ et $\dim(V)$
- Lien entre injectivité/surjectivité et dimensions
- Dimension de $\mathcal{L}(E,F)$
- Les applications linéaires sont entièrement déterminée par l'image d'une base
- Décomposition d'une application linéaire sur à une somme directe.
- Caractérisation de l'injectivité/surjectivité par l'image d'une base
- Caractérisation des espaces isomorphes
- Rang d'une application linéaire
- Caractérisation de l'injectivité/surjectivité par le rang
- Rang d'une composée
- Supplémentaire du noyau d'une application linéaire
- Théorème du rang, Théorème d'isomorphisme
- Homothéties, projecteurs, symétries vectorielles
- Propriétés et caractérisation des projecteurs et symétries
- Caractérisation des formes linéaires non nulles proportionnelles
- Base duale
- Lien hyperplan / forme linéaire, Équation d'un hyperplan

Démo à connaître :

- Caractérisation de l'injectivité par le noyau (2.4)
- Comparaison $\dim(f(V))$ et $\dim(V)$ (3.1)
- Lien entre injectivité/surjectivité et dimension (3.2)
- Caractérisation de l'injectivité/surjectivité par le rang (4.2)
- Supplémentaire du noyau (4.6)
- Théorème d'isomorphisme (4.8)
- Caractérisation des projecteurs (5.3)