Chapitre 5
Dessins, Graphes de fonctions TP

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

11 décembre 2025

Exercice 1 :
Tracer sur $[0, 10]$, les fonctions $t \mapsto t + \sin t$; $t \mapsto \sqrt{t}$; $t \mapsto t^2 - \sqrt{t}$ sur un même graphe avec des légendes pour reconnaître les courbes.

Exercice 2 :
Proposer un code qui affiche sur $[-2, 2]$ la fonction $x \mapsto x^2$ en noir, $x \mapsto \sqrt{|x|}$ en bleu et leurs points d'intersection par une croix + rouge.

Exercice 3 :
Créer une procédure qui trace sur $[-3, 3]$ le graphe de la fonction f définie par

$$f : x \mapsto \begin{cases} x^3 - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Exercice 4 (Exploitation de données expérimentales (Fichier)) :
On cherche à tracer l'évolution en fonction du temps t, la position G de coordonnées $(x(t), y(t))$ du centre de gravité d'un pendule.

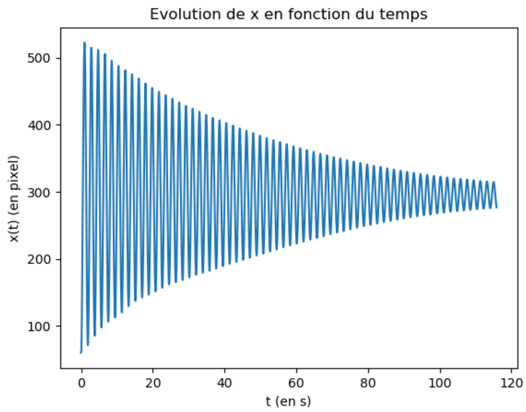
Les données expérimentales sont stockées dans le fichier `mesures.txt` contenu dans le dossier ressource. Elles sont écrites sous forme d'un tableau à partie de la troisième ligne (forme `t,x,y`). La première ligne contient le nombre de mesures effectuées et la deuxième l'étiquette des données.

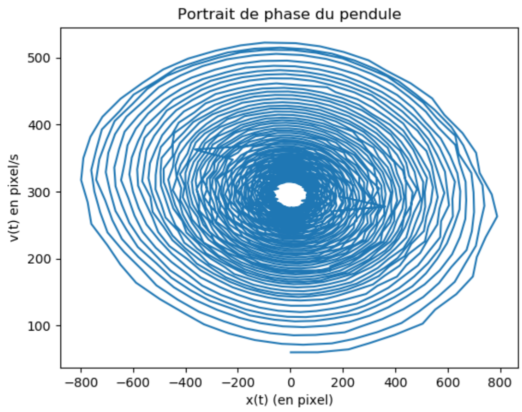
Noter que sans facteur d'échelle (correspondance mètre / pixel), les mesures seront considérées en pixels. Vous verrez en physique que le mieux, pour décrire le mouvement d'un pendule, est de connaître l'angle $\theta(t)$ du pendule en fonction du temps. Mais ce n'est pas ici possible. On peut alors montrer que

$$\sin(\theta(t)) = \frac{x(t)}{\ell},$$

où ℓ est la longueur du pendule. Dans l'approximation de petits angles (que l'on supposera valide ici), on peut assimiler $\sin(\theta)$ à θ (c'est un développement asymptotique au premier ordre dans lequel on néglige (beurk) les o. À ne jamais reproduire en maths sous peine de mort).

1. Écrire une fonction `mesures() -> tuple` qui prend en argument le chemin d'accès du fichier `mesures.txt` et qui renvoie trois listes `T,X,Y` correspondant aux temps, abscisses et ordonnées du pendule.
2. Tracer l'évolution de $x(t)$. On donnera les mêmes caractéristiques au graphes que dans l'illustration.
3. En approximant $v(t)$, la vitesse du pendule à l'instant t, à $v(t_i) = \frac{x(t_{i+1})-x(t_i)}{t_{i+1}-t_i}$, tracer le portrait de phase du pendule, *i.e.* la courbe paramétrée $v(t) = f(x(t))$. On utilisera les mêmes caractéristiques sur dans l'illustration.

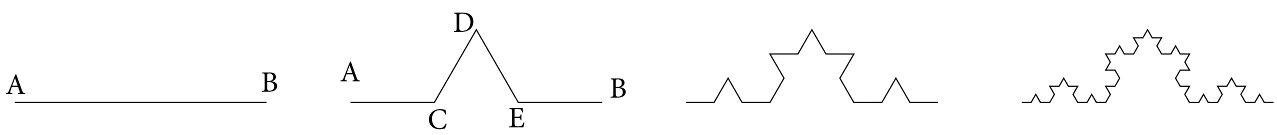




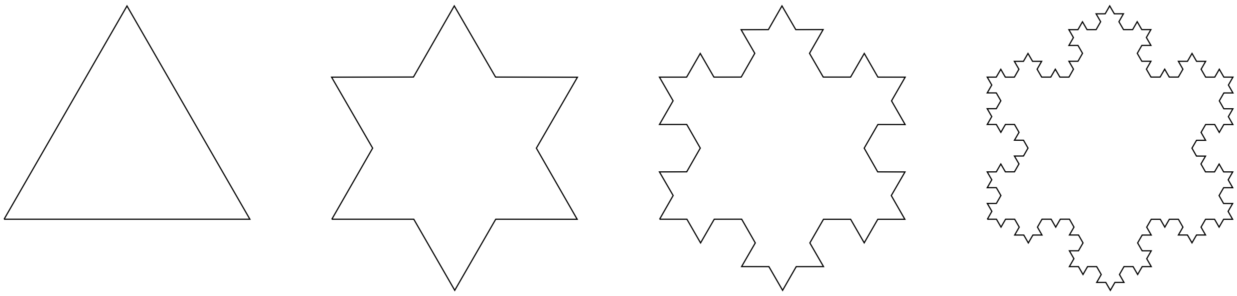
Exercice 5 (Flocon de Von Koch) :
Une fractale est une sorte de courbe mathématique qui possède la propriété de s'auto-contenir (en quelque sorte) : en zoomant sur une partie de la fractale, on retrouve la fractale de base. Par exemple, le chou Romanesco est un exemple classique de fractale que l'on peut trouver facilement dans une cuisine :

Le Chou Romanesco : exemple classique de fractale naturelle

La première fractale à tracer a été imaginée par le mathématicien suédois Neils Fabian Helge vos Koch, afin de montrer que l'on pouvait que l'on pouvait tracer des courbes continues en tout point, mais dérivables en aucun points. Le principe est simple : on divise un segment en 3 et on construit un triangle équilatéral sans base, au dessus du morceaux central. On réitère le processus n fois. Dans la figure suivante, on voit les ordre 0, 1, 2 et 3 de cette fractale.



Si on trace 3 fois cette figure, on obtient successivement un triangle, une étoile, puis un flocon de plus en plus ciselé :



1. Écrire une fonction `TS(A:tuple, B:tuple) -> list` (pour Transformation Segment) qui prend en argument deux couples A et B et renvoie la liste formée des couples $[A, C, D, E, B]$ de la construction de Von Koch décrite au dessus. On rappelle qu'une rotation d'angle $\pi/3$ dans le plan complexe correspond à la multiplication par $e^{i\pi/3}$.
2. Écrire une fonction `TG(L:list) -> list` (pour Transformation Globale) qui prend en argument une liste `L` de couples et qui retourne une liste qu'on appellera `LT` dans la fonction, qui est la liste obtenue à partir de `L` en intercalant entre deux couples successifs A et B de la liste L, les points C, D et E de la construction Von Koch.
3. Écrire une fonction `VonKochI(n:int, L:list) -> None` (pour Von Koch par Itération) qui prend en argument un entier `n` et une liste `L` de couples et qui affiche la courbe de Von Koch obtenue après n itérations à partir du segment définis par deux points successifs de L grâce à la fonction `TGC` précédente.

   Pour dessiner complètement le flocon, il faudra prendre garde à l'orientation donnée des segments.

   Attention, dans les tests, ne pas dépasser $n = 8$ (plus de 3h de calculs pour $n = 10$).