



MPSI

Programme de colle 13 : Limites, Continuité

Semaine du 05/01/2026 au 09/01/2026

Limites, Continuité :

- Voisinage d'un point, propriété vraie au voisinage d'un point
- Limites finies, Caractérisation séquentielle, Unicité de la limite
- Limites et relations d'ordre ("bornitude", inégalités ...)
- Limites infinies
- Demi-limites, caractérisation des limites par les demi-limites
- Opérations et limites
- Théorèmes des gendarmes
- Théorème de la limite monotone
- Continuité en un point, caractérisation par les limites
- Semi continuité, caractérisation de la continuité par les semi-continuité
- Opérations sur les fonctions continues
- Continuité sur un intervalle, ensemble $\mathcal{C}^0(I, \mathbb{R})$, structure
- Continuité des restrictions
- Prolongement par continuité
- Égalité de deux fonctions continues coïncidant sur \mathbb{Q}
- TVI, Théorème des bornes atteintes
- Image continue d'une intervalle par une fonction strictement monotone
- Stricte monotonie et injectivité
- Théorème de la bijection
- Réciproque partielle du th de la bij (Stricte monotonie des injections continues)
- Extensions aux fonctions à valeurs complexes

Démo à connaître :

- Caractérisation séquentielle des limites (1.2)
- Théorème de la limite monotone (1.19)
- Caractérisation des fonctions prolongeable par continuité en une borne (3.5)
- (TVI) (3.7)
- Stricte monotonie \implies injectivité (3.14)
- Les injections continues sont strictement monotone (3.17)