



Interrogation 12

Applications Linéaires

Exercice 1 :

Donner les définitions ou énoncés précis suivants avec quantificateurs et rédaction :

- | | |
|---|---|
| 1. Définition d'une application linéaire. | 4. Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$. |
| 2. Définition du rang d'une application. | 5. Caractérisation des projecteurs. |
| 3. Théorème d'isomorphisme. | 6. Théorème du rang. |
| | 7. Caractérisation de l'injectivité/surjectivité par le rang. |

Exercice 2 :

Soit $f : (x, y, z) \mapsto (x + 2y + z, 2x + y - z)$. Montrer que $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2)$. Déterminer $\ker(f)$ et $\text{Im}(f)$.