



**MPSI**  
**Programme de colle 15 : Arithmétique**

Semaine du 19/01/2026 au 23/01/2026

**Cours :**

- Définition de la divisibilité, diviseurs, multiples
- Propriétés algébriques de la divisibilité, relation d'ordre
- Caractérisation de la divisibilité en terme de sous-groupe
- Division euclidienne
- Congruence, propriétés algébriques
- PGCD
- Théorème et Algorithme d'Euclide, Relation de Bézout
- Caractérisations du PGCD
- Propriétés algébriques du PGCD
- Entiers premiers entre eux
- Théorème de Bézout
- Caractérisation du PGCD par les entiers premiers entre eux
- Lemme de Gauss
- Entiers deux à deux premiers entre eux; entiers premiers dans leur ensemble
- Équation diophantienne
- PPCM, Caractérisation
- Lien entre PGCD et PPCM
- Nombres premiers
- Lemme d'Euclide
- Petit théorème de Fermat
- Théorème fondamental de l'arithmétique
- Valuation  $p$ -adique, propriétés algébriques
- Nombre et somme des diviseurs positifs

**Démo à connaître :**

- Propriétés algébriques du PGCD ((2.9))
- Caractérisation du PGCD par des entiers premiers entre eux (2.13)
- Lien entre PGCD et PPCM (2.26)
- Existence d'un diviseur premier (3.1)
- Infinité de nombres premiers (3.3)
- Petit théorème de Fermat (3.8)