



**MPSI**

**Programme de colle 24 : Groupes Symétriques**

**Semaine du 13/04/2026 au 17/04/2026**

**Groupes Symétriques :**

- Permutations, groupe symétrique d'ordre  $n$
- Ordre d'une permutation
- Orbites sous une permutation
- Les orbites sont des classes d'équivalences
- Cardinal d'une orbite
- Support d'une permutation
- Lien avec les orbites
- Propriétés des supports (stabilité et commutativité de permutations à supports disjoints)
- Ordre de permutations à supports disjoints
- Transposition, caractérisation par le support
- Propriétés des transpositions (nombre, involution)
- Cycles
- Propriétés des cycles (nombre de permutation circulaire, de  $p$ -cycle, orbites)
- Décomposition d'un cycle en transpositions
- Ordre d'un cycle
- Décomposition d'une permutation en cycle à supports disjoints
- Nombre d'inversion d'une permutation, signature, parité/imparité
- Expressions de la signature
- La signature est un morphisme de groupe
- Signature d'un cycle
- Unicité de la signature
- Groupe alterné, structure et cardinal

**Démo à connaître :**

- Cardinal d'une orbite (1.4)
- Lien entre support et orbites (1.5)
- Propriétés des supports (stabilité et commutativité des permutations à supports disjoints) (1.6)
- Propriétés des cycles (nombre et orbites) (1.10)
- Décomposition d'une permutation en cycles (1.13)