



MPSI

Programme de colle 29 : **Espaces préhilbertiens réels**

Semaine du 08/06/2026 au 12/06/2026

Cours :

- Produits scalaires, produits scalaires canoniques
- Norme euclidienne
- Identités remarquables et de polarisation
- Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Famille orthogonale, vecteur unitaire
- Liberté des familles orthogonale sans vecteurs nuls
- Théorème de Pythagore
- Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt
- Coordonnées et produit scalaire dans une BON
- Représentation matricielle du produit scalaire
- Matrice de passage en BON
- Orientations
- Orthogonal d'une partie, caractérisation, structure
- Orthogonales de références (E^\perp et $\{0\}^\perp$)
- Supplémentaires orthogonaux
- Orthogonalité et opérations (inclusion, intersection, somme)
- Indépendance du déterminant relativement à une BOND
- Produit mixte
- Projection orthogonale, expression, cas d'une projection sur une droite ou un hyperplan
- Inégalité de Bessel
- Symétrie orthogonale, expression, retournement, réflexion
- Distance à un sev

Démo à connaître :

- Inégalité de Cauchy-Schwarz (2.3)
- Liberté d'une famille orthogonale (3.1)
- Théorème de Pythagore (3.3)
- Supplémentaires orthogonaux (3.20)
- Orthogonalité et sommes de sevs. (3.21)