Lycée Loges

Chapitre 9 - TD :

Espaces vectoriels
Indications

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

mardi 17 novembre, 2026

1 Espaces Vectoriels

Exercice	Indication
1	Il faut utiliser la définition (avec les 9 points) d'un ev. Pas le choix.

2 Sous-ev

Exercice	Indication
2	Si oui, il faut une preuve avec la caractérisation des sev, si non, il faut un contre-exemple.
3	Idem, mais les ensembles sont moins faciles à manipuler.
4	C'est de l'application directe du cours. C'est pour utiliser directement dans un cas simple les définitions du cours.
5	Idem que pour le précédent, mais on rajoute un paramètre. Il faut faire avec.

3 Opérations sur les sev

Exercice	Indication
6	Théorie des ensembles et espaces vectoriels sont dans un bateau ...
7	Théorie des ensembles et espaces vectoriels. C'est pas dur, mais il faut avoir les idées claires.
8	Rebelote. Attention en passant du cadre théorie des ensembles au cadre des espaces vectoriels.
9	On continue, mais on complique un peu.
10	Utiliser la définition de deux sev supplémentaire. Raisonner par analyse synthèse pour la somme : si h est une application quelconque et si g est sa décomposition dans la somme, alors $f = h - g$ est forcément ce qu'il faut.
11	Idem. Attention, il y a de la trigo un peu en plus. Toujours une analyse-synthèse pour prouver $F + G = E$.

12	Plus dur. On ne donne pas de supplémentaire. Il faut en trouver un. Et pour trouver un bon candidat, essayer de penser à des fontions simples (très simples) qui ne sont pas dans F. Ensuite, il reste à montrer que ce candidat est le bon. Par analyse-synthèse.
13	Théorie des ensemble et ev sont dans un bateau ... Il faut y aller doucement et être bien organisé.
14	La définition de plusieurs sev en sommes directes est dans le cours. C'est que de la vérification.
15	Même version que 14 mais dans une version théorique.
16	On généralise encore un peu le processus. Il faut exploiter la définition des sommes directes.

4 Familles libres, Famille génératrices

Exercice	Indication
17	Application directe du cours. Quelle est la définition de famille libre ? Comment ça s'utilise ?
18	Comme au dessus, mais avec un paramètre à gérer. Il risque fort d'y avoir une disjonction de cas à faire. Elle doit être naturelle. LA disjonction doit apparaître quand elle est nécessaire.
19	Idem, mais cette fois-ci, les vecteurs sont des fonctions.
20	Idem encore, mais avec un récurrence. On complique. C'est commence à devenir drôle.
21	Classique. Toujours de l'application directe du cours, mais on mélange un peu les informations.
22	Sorte de généralisation de l'exo précédent. On rappelle que les α_i sont des scalaires. Donc $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ aussi.
23	Toujours la définition d'une famille libre. Il suffit d'écrire, sans planter dans les sommes.
24	Plus dur. Il faut se ramener à un problème d'arithmétique.
25	Application directe du cours. Définition d'une famille génératrice d'un ev ?
26	Utiliser la contraposée pour la 2.