Lycée Loges

Chapitre 8 - TD

Groupes - Anneaux - Corps

Indication

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

mardi 17 novembre, 2026

1 Groupes

Exercice	Indications
1	Application du cours.
2	Application directe du cours.
3	Application du cours. Il faut un contre-exemple si jamais ce ne sont pas des groupes.
4	Applications du cours. Avec un contre-exemple si ça ne marche pas.
5	Application du cours.
6	Application du cours mais moins directe. Il faut utiliser la définition de la surjectivité. Retour sur la théorie des ensembles.
7	Application de définitions du cours. Il faut utiliser la définition de la bijectivité.
8	Retour sur les relations d'équivalences. Applications du cours. Attention à ne pas se mélange les pinceaux sur les ensembles qu'on considère et la nature des éléments.
9	Toujours de l'application directe du cours avec de la théorie des ensembles.
10	Application directe du cours. C'est que de la vérification et du calcul.
11	Application directe du cours.
12	Il faut jouer avec l'associativité.
13	C'est de l'application du cours mais moins directe. Il faut vérifier qu'on a bien toutes les propriétés des groupes. En particulier, on a pas de commutativité. Il faut commencer par montrer qu'on a un élément neutre à droite et un à gauche par élément de G. Puis montrer que ce sont les mêmes. Puis qu'ils ne dépendent pas de l'élément de G considérer. Et après on termine.
14	Théorie des ensembles avec des sous-groupes. On a des jouets en plus. Attention à ne pas confondre toutes les opérations (ensemblistes ou non).
15	Application directe du cours.
16	Théorie des ensembles dans les groupes.
17	Exercice classique.
18	C'est classique. À savoir faire. Pas de difficulté majeure.
19	On est dans les groupes. N'y aurait-il pas un lien entre densité et groupe dans le cours ...
20	C'est pas dur si on écrit bien les choses et qu'on ne se laisse pas avoir par les habitudes. Utiliser un peu d'arithmétique pour la surjectivité en focalisant sur un bon élément de $\mathbb{Z}$ bien choisi.
21	Raisonner par l'absurde. Et penser à Pythagore. Il est mort.
22	Pas de problème. On peut s'aider de 20.

2 Anneaux

Exercice	Indications
23	S'inspirer d'une démo du cours dans un cadre très légèrement différent.
24	Ultra classique. On peut utiliser la partie entière pour la 2.
25	Ultra classique aussi. Attention aux notions d'inverses. On inverse par rapport à quoi ?
26	C'est de la vérification.
27	Attention, ce sont des ensembles. Ce n'est pas facile à manipuler.
28	Classique. Penser à l'associativité ou un moyen pour faire apparaître des puissances assez grandes.
29	Astucieux. Si $c = (1-ab)^{-1}$, montrer que $abc = cab$. Puis montrer que $(1-ba)^{-1} = 1+bca$.
30	Attention à ne pas se perdre dans les notations. Il faut lire comme il faut.
31	Utiliser les définitions de la surjectivité. Et pour la question 2, on pourrait aller d'un "petit anneau" dans un "gros".

3 Corps

Exercice	Indications
32	Cours. C'est de la vérification. Il faut écrire. C'est pas très drôle.
33	Idem. La formulation de la question 2 donne un indication sur la réponse.
34	Il suffit de faire les vérifications d'usages.