MPSI **Semaine du 23/11/2026 au 27/11/2026**

Programme de colle 9 : Groupes, Anneaux, Corps

Cours :

- Définition d'une LCI, commutativité, associativité, élément neutre, inversibilité (à gauche, à droite, bilatérale), distributivité
- Unicité de l'élément neutre, de l'inverse bilatère
- Inversibilité d'un produit, Involution de l'inversion
- Structure de groupe
- Définition et caractérisation des sous-groupes, groupe abélien
- Groupe des bijections, groupes de références
- Notations additive et multiplicative
- Commutativité des puissances
- Ordre d'un élément dans un groupe
- Produit cartésien de groupes
- Intersection de sous-groupes
- Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$ et $(\mathbb{R}, +)$
- Sous-groupe engendré par une partie, groupe cyclique
- Homomorphisme de groupe, noyau, image
- Image de l'élément neutre et d'un inverse
- Caractérisation de l'injectivité par le noyau
- Image directe et réciproque de sous-groupes
- Réciproque d'un isomorphisme de groupe
- Structure d'anneau, anneau intègre, corps
- Calculs dans un anneau (Newton, factorisations classiques etc)
- Inversibilité dans un anneau, groupe des inversibles (noté $A^\times$), $\mathbb{Z}^\times$
- Sous-anneau, caractérisation, Sous-anneau de $\mathbb{Z}$
- Morphismes d'anneau

Démo à connaître :

- Unicité de l'élément neutre (1.1)
- Inversibilité d'un produit (1.3)
- Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$ (2.9)
- (Sous-groupes de $(\mathbb{R}, +)$) (2.10)
- Image directe et réciproque d'un sous-groupes par un morphisme (2.14)
- Caractérisation de l'injectivité par le noyau (2.16)