Lycée Loges

Chapitre 10 - TD :

Dimension Finie
Indications

Simon Dauguet
simon.dauguet@gmail.com

mardi 24 novembre, 2026

1 Dimension finie

Exercice	Indication
1	Retour sur l'indépendance linéaire. Avec des fonctions. Attention aux quantificateurs.
2	La formulation doit donner une indication de la réponse. Penser simple pour les contre-exemple.
3	Bien lire le cours avant de se lancer. Les définitions c'est bien, mais c'est le début. C'est pas efficace.
4	Idem mais dans un ev abstrait. Il n'y a pas que $\mathbb{R}^n$ dans la vie.
5	Base incomplète, base incomplète ... N'y aurait-il pas quelque chose dans le cours à ce sujet ?
6	Attention, on ne connaît pas la dimension de F. Donc la caractérisation des bases en dimension fini ne peut pas s'appliquer. Que reste-t-il dans ce cas là ?
7	Commencer par $\mathcal{C}_n$. $\mathcal{S}_n$ se déduit facilement de la première (et vice versa d'ailleurs). Et pour ça, faire une récurrence en exploitant au mieux la trigonométrie.
8	Il suffit d'écrire et de ne pas se tromper. On rappelle que si $z \in \mathbb{C}$, alors z peut s'écrire de la forme $z = a + ib$ avec $a, b \in \mathbb{R}$. Qu'est ce que ça donne sur E, si on a une $\mathbb{C}$-base de E ?
9	Attention aux quantificateurs. Et en particulier, ne pas oublier les x_k pour la dimension.

2 Dimension finie et sev

2.1 Base d'un sev

10	Définition d'une base. On ne peut pas faire autrement. On a pas les dimension de F et E.
11	Définition de la dimension ? Qu'est-ce qui faur pour avoir la dimension ?
12	Idem, mais avec des complexes.
13	Grassmann et Grassmann sont dans un bateau. Attention pour la question 2. Grassmann ne s'applique qu'à deux sev.
14	Il faut commencer à être malin. Il y a plein de choses dans le cours. Peut-être qu'en répondant à un partie, une autre tombe immédiatement...

2.2 Supplémentarité

15	N'y aurait-il pas, dans le cours, une méthode pour trouver des supplémentaires en dimension finie ?...
16	On connaît précisément tous les supplémentaires d'un hyperplan. Il "suffit" ensuite d'en construire un commun.
17	Grassmann et des hyperplans sont dans un bateau. Décidément, il y a du monde sur ces bateaux.
18	1. Il suffit de faire une disjonction de cas sur $F_1 = F_2$ ou non. 2. Faire une récurrence descendante sur la dimension de F_1. 3. Le but ici est d'éssayer de se ramener au cas précédent.

2.3 Rang

19	Définition du rang d'une famille de vecteurs.
20	Idem, mais avec un paramètre à manipuler. Donc certainement une disjonctions de cas. Le rang dépendant de la valeur du paramètre.
21	Ahhh, la trigo !
22	Bien observer les fonctions. On ne voit rien qui pourrait simplifier un peu le problème d'emblée ?
23	On sait qu'on peut "découper" un Vect facilement. Mais dans ce cas, on peut alors utiliser Grassmann.