



## MPSI Programme de colle 16 : Dérivabilité

Semaine du 29/01/2024 au 02/02/2024

### Cours :

- Taux de variations, nombre dérivé, Tangente, Tangente verticale
- Dérivabilité  $\implies$  continuité
- Dérivabilité et opérations (somme, produit, inverse, composée)
- Dérivée d'une réciproque
- Demi-dérivée, demi-tangente
- Caractérisation de la dérivabilité par les semi-dérivabilités
- Fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$ ,  $\mathcal{D}^k$
- Caractérisation des applications  $k$ -fois dérivables
- Formule de Leibniz, dérivée  $n$ -ème et opérations
- Extremums locaux, globaux
- Théorème de recherche d'extremums
- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis
- Inégalités des accroissements finis
- Fonctions Lipschitziennes
- Continuité des fonctions lipschitziennes
- Lien signe de la dérivée et variations
- Théorème de la dérivée
- Théorème de classe  $\mathcal{C}^1$  par prolongement (aka théorème satanique)
- Convexité, concavité, Inégalité de Jensen
- Fonction convexe et cordes, tangentes
- Caractérisation de la convexité par la croissance des taux de variations
- Caractérisation de la convexité par les dérivées
- Régularité des fonctions convexes
- Extensions aux fonctions complexes

### Démo à connaître :

- Théorème de recherche d'extremums
- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis
- Lien signe de la dérivée et monotonie
- Théorème de la limite de la dérivée
- Inégalité de Jensen