

C3 – Schéma-bloc élémentaire associé à un composant (Approche comportementale)

1. INTRODUCTION AUX ASSERVISSEMENTS	1
2. HYPOTHÈSES : CAUSALITÉ ET SLCI	4
3. CHAÎNE FONCTIONNELLE VS SCHÉMA-BLOCS.....	5
4. SCHÉMAS-BLOC ÉLÉMENTAIRES	6
5. EXEMPLE.....	12

Compétences à acquérir

Connaître la fonction d'un schéma-blocs

Identifier les grandeurs physiques d'entrée et de sortie d'un bloc

Etablir le schéma-bloc partiel d'un système asservi (gain pur, sommateur)

Identifier les schémas-bloc élémentaires associés aux composants des fonctions Transmettre-adapter et acquérir

Identifier les schémas cinématiques des transmissions classiques

Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations de la physique (modèles de connaissances)

1. INTRODUCTION AUX ASSERVISSEMENTS

1.1. Contrôle de la matière d'œuvre

Dans un système complexe, la matière d'œuvre est couramment une grandeur cinématique (position (passerelle Ampelmann TD 1.2), vitesse (Tram du cours C2), accélération). Les actionneurs, en développant des actions mécaniques, modifient la cinématique de l'effecteur selon le Principe fondamental de la dynamique.

L'objet de l'automatique est de créer des asservissements régulant le fonctionnement des actionneurs pour maîtriser la matière d'œuvre conformément au cahier des charges fonctionnel et de ses exigences : Critères, niveaux, flexibilité.

Quatre **critères principaux**, généralement quantifier dans le diagramme d'exigences (voir TD 1.2), permettent d'analyser la réponse d'un système automatique : **la stabilité, la précision, la rapidité et l'amortissement**.

Cependant ces critères de performances ne sont pas toujours compatibles. Par exemple, un processus réactif est généralement léger et peu amorti. Il risque d'être instable. D'autre part si on veut améliorer la précision, on raidit l'asservissement mais on risque de faire là encore apparaître un phénomène d'instabilité. Tout l'art de l'ingénieur automaticien est de réaliser une *partie commande* permettant de respecter ces critères.

1.2. La stabilité

C'est le critère que l'on regarde en premier, car sinon on ne peut pas analyser les autres critères. On souhaite **toujours** que le système asservi soit stable.



Un système est **stable** si à une entrée $e(t)$ bornée correspond une sortie $s(t)$ bornée.

Remarque pour les schémas :

u est la fonction échelon unitaire (ou de Heaviside) telle que $u(t) : \begin{cases} = 0 & \text{si } t \in \mathbb{R}_-^* \\ = 1 & \text{si } t \in \mathbb{R}_+ \end{cases}$. Elle sert à tester le comportement des systèmes.

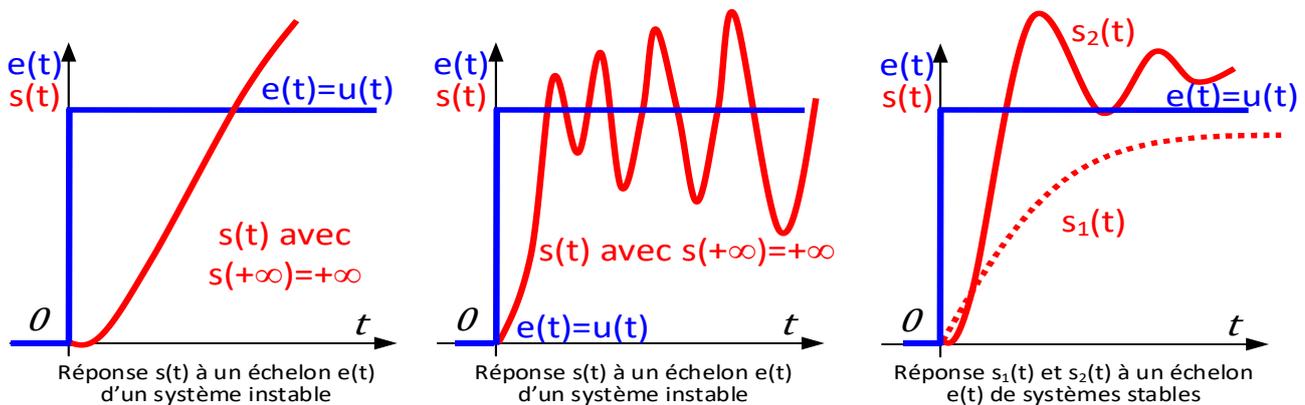


Figure 1 : Systèmes instables (haut) et stables (bas)

1.3. La précision



La **précision** qualifie l'aptitude du système à atteindre la valeur visée.

Elle est quantifiée par l'**erreur**, la différence entre la consigne d'entrée et la valeur effectivement atteinte par la grandeur de sortie. L'erreur (éventuelle) s'exprime dans la même unité que la grandeur de sortie.

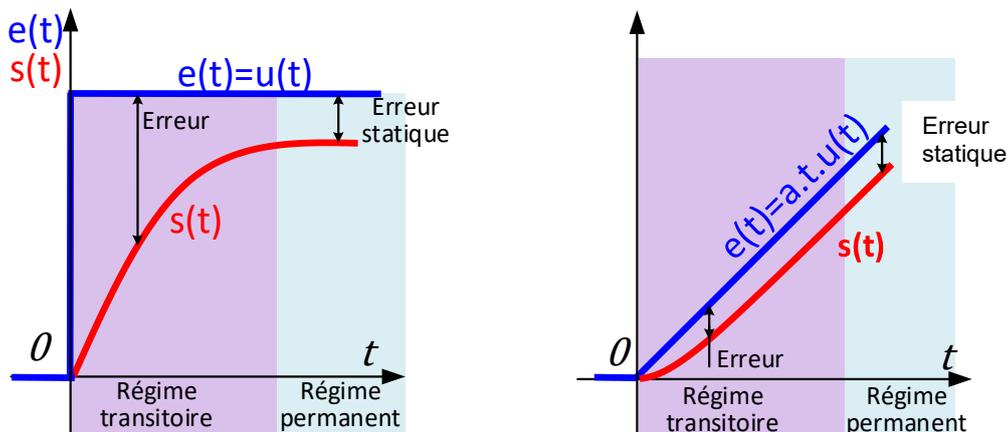


Figure 2 : Précision caractérisée par l'erreur statique

1.4. La rapidité



La **rapidité** est caractérisée par le temps que met le système à réagir à une variation brusque de la grandeur d'entrée.

Cependant, la valeur finale étant le plus souvent atteinte de manière asymptotique, on retient alors comme principal critère d'évaluation de la rapidité d'un système, le temps de réponse à $n\%$.

Dans la pratique, on utilise majoritairement le temps de réponse à 5% ($t_{5\%}$), c'est le temps mis par le système pour atteindre sa valeur de régime permanent à $\pm 5\%$ près et y rester.

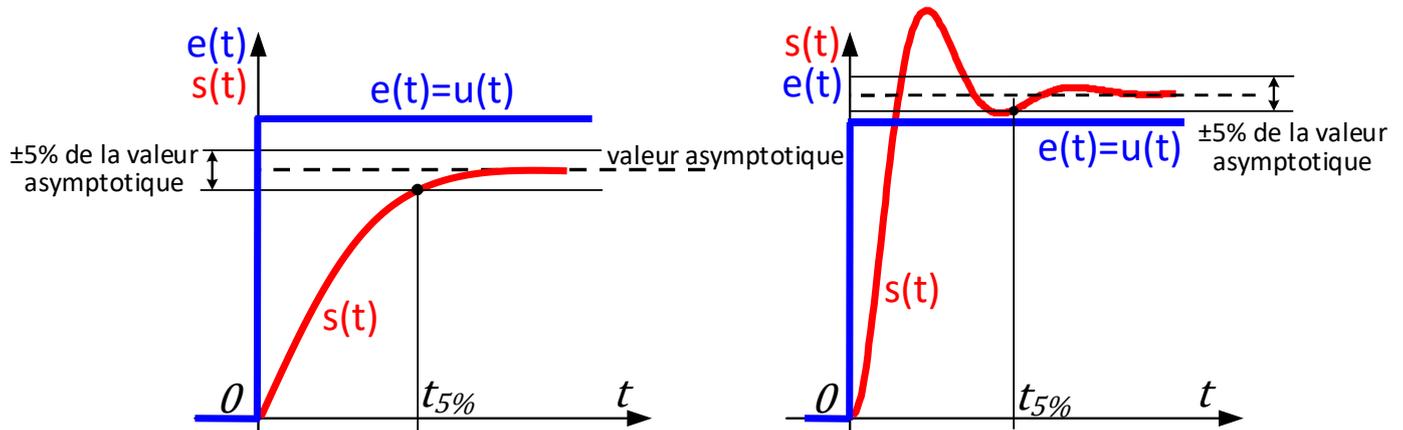


Figure 3 : Rapidité caractérisée par le temps de réponse à 5%



Pour déterminer le temps de réponse à 5% :

1. On trace la droite correspondant à la valeur asymptotique.
2. On trace la bande correspondant à $\pm 5\%$ de la valeur asymptotique.
3. On en déduit graphiquement le temps de réponse à 5%.

1.5. L'amortissement



L'**amortissement** est caractérisé par le rapport entre les amplitudes successives des oscillations de la sortie. Plus ces oscillations s'atténuent rapidement, plus le système est amorti.

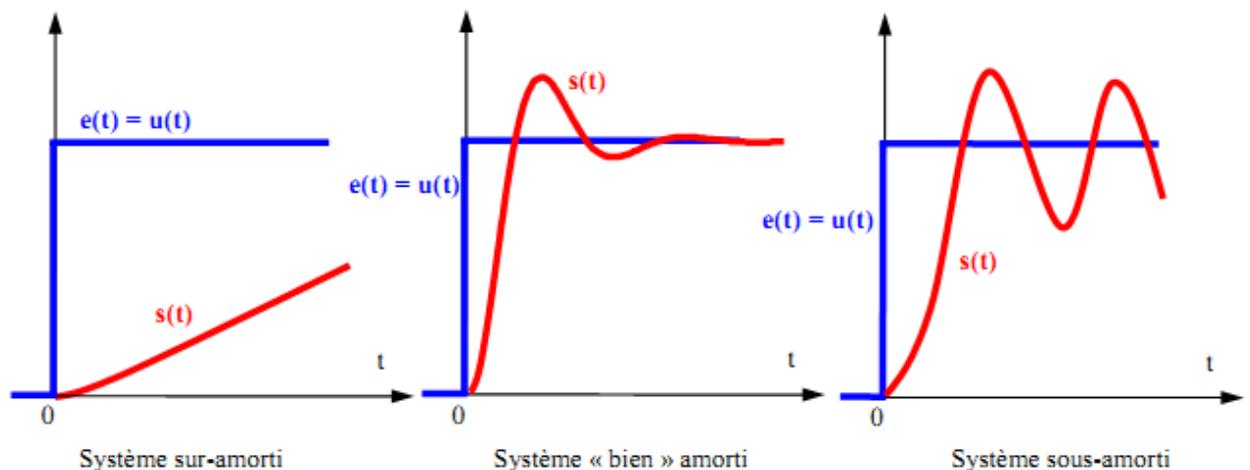


Figure 4 : Amortissement d'un système

2. HYPOTHÈSES : CAUSALITÉ ET SLCI

- Pour les études que nous allons mener, nous allons faire une hypothèse de **causalité**.

Ce principe nous permettra d'affirmer que la fonction $s(t)$ est bien la conséquence ou l'**effet exclusif** d'une **cause identifiée**, l'entrée $e(t)$ et non pas d'éventuelles sorties résiduelles précédentes. En d'autres termes, il y a bien une relation déterministe entre $e(t)$ et $s(t)$ éventuellement connues seulement expérimentalement.

Cela signifie que le système avant d'être sollicité par une entrée était au **repos**. Dans une certaine mesure, le temps « commence » au début de la sollicitation du système par une entrée :

$$e(t) : \begin{cases} = 0 & \text{si } t \in \mathbb{R}_-^* \\ = e(t) & \text{si } t \in \mathbb{R}_+ \end{cases} \quad \text{et} \quad s(t) : \begin{cases} = 0 & \text{si } t \in \mathbb{R}_-^* \\ = s(t) & \text{si } t \in \mathbb{R}_+ \end{cases}$$

On précisera plus loin ce principe de causalité.

- Par ailleurs, le comportement des systèmes est **Linéaire, Continu et Invariant (SLCI)** :
 - Linéaire ;

Si à une entrée $e(t)$ correspond une réponse $s(t)$ du système alors à une entrée $\tilde{e}(t) = k \cdot e(t)$ avec $k \in \mathbb{R}$ doit correspondre une sortie $\tilde{s}(t) = k \cdot s(t)$.

En particulier, **principe de superposition**, si pour $e_1(t)$ et $e_2(t)$ on a $s_1(t)$ et $s_2(t)$,

$$\text{alors pour } \hat{e}(t) = e_1(t) + e_2(t) \text{ on aura } \hat{s}(t) = s_1(t) + s_2(t)$$

- Continu ;

Les fonctions f définies de \mathbb{R}_+ dans \mathbb{R} qui à $t \rightarrow f(t)$ caractérisant le fonctionnement des composants et plus globalement du système sont continues. En fait, ces fonctions sont généralement au moins de classe C^1 (f est dérivable sur \mathbb{R}_+ et sa dérivée $\frac{df}{dt}$ est continue sur \mathbb{R}_+).

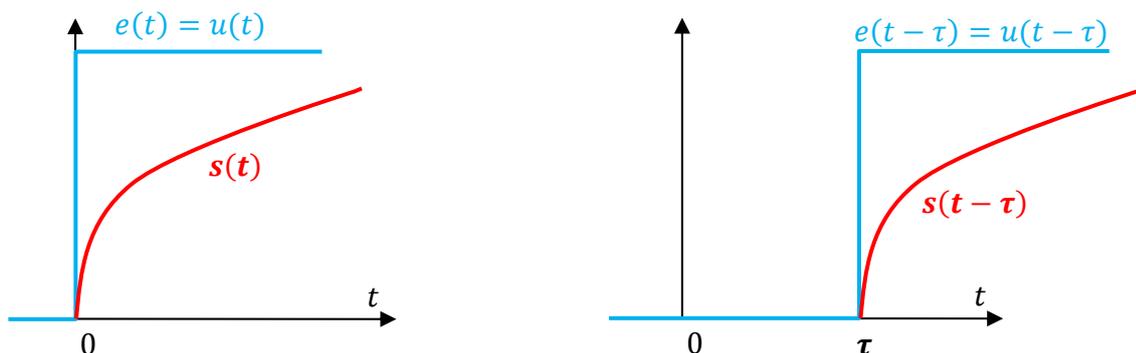
- Invariant ;

Si à une entrée $e(t)$ correspond une réponse $s(t)$

alors pour la même entrée e mais retardée de $\tau \in \mathbb{R}_+$, notée $e(t - \tau)$

la sortie sera identique mais retardée de τ , notée $s(t - \tau)$.

Remarque : d'après le principe de causalité, $\forall t \in [0; \tau[$, $e(t - \tau) = 0$.



Physiquement, cela signifie que les systèmes ne vieillissent pas.

3. CHAÎNE FONCTIONNELLE VS SCHÉMA-BLOCS

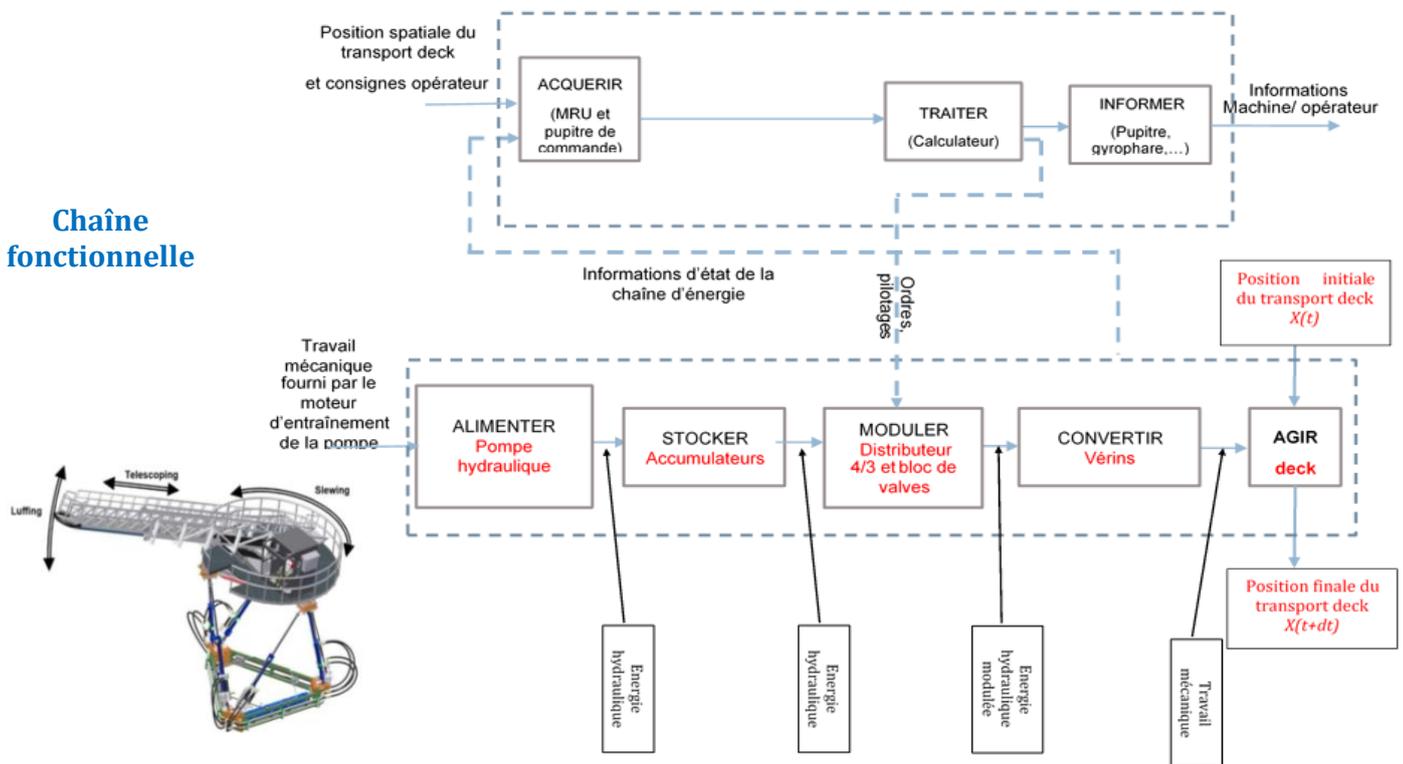
3.1. A chacun son job

La **chaîne fonctionnelle**, constituée de la chaîne d'information et de la chaîne d'énergie, est une **approche fonctionnelle et structurale** des systèmes complexes multiphysiques.

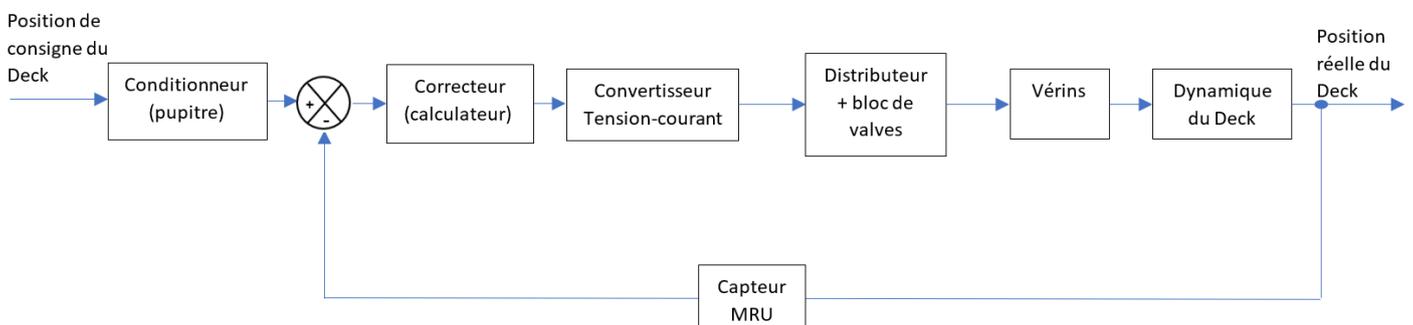
Le **schéma-blocs** a d'autres objectifs. Il sert à l'**approche comportementale** des systèmes.

Il synthétise le système d'équations, établies à partir de modèles de connaissance et de comportement, définissant le comportement du système complexe.

3.2. Exemple avec la plateforme compensée Ampelmann

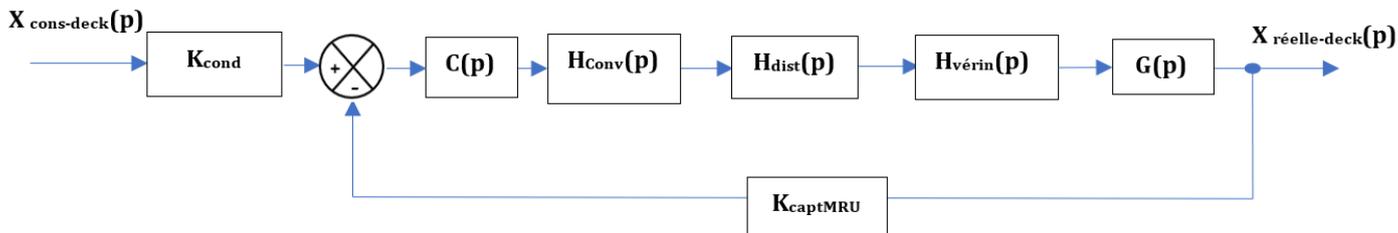


3.3. Schéma-blocs (approche comportementale)



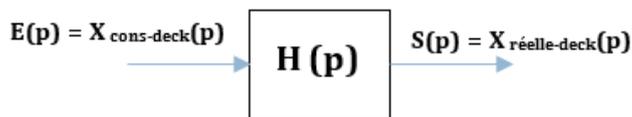
$\varepsilon(t)$: écart entre la consigne et le réel évalué par le comparateur.

Chacun des blocs de ce schéma contient une ou des équations modélisant le comportement du composant ou un principe de la physique. On parle de **transmittance** ou de **fonction de transfert** notée classiquement $A_{abc}(p)$; $D(p)$; $H(p)$; K_{abc} ...



Attention : dans les blocs, il n’y a jamais de grandeurs physiques. Celles-ci sont en entrées et en sorties des blocs !

Pour aboutir, par calculs, à la forme ci-contre. La fonction de transfert globale $H(p)$ synthétise le système d’équations, y compris différentielles, modélisant le comportement du système technologique multiphysique. Sans résoudre ce système d’équation, simplement par l’analyse de $H(p)$ nous obtiendrons les informations pertinentes pour un ingénieur (stabilité, précision, rapidité, ...) comme celles présentées dans le diagramme d’exigences (req) du TD1.2 Ampelmann.



Il s’agit donc de reconstruire à partir de blocs, le système équationnel modélisant le comportement du système technologique étudié. A droite, un exemple de système d’équations reliant les grandeurs physiques $q_v(t)$; $\lambda(t)$; $\sigma(t)$; $F(t)$; $\alpha_2(t)$ et leurs dérivées (contrôle du devers d’un wagon de TGV)

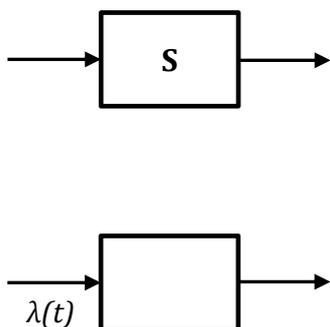
$$\begin{aligned}
 F(t) &= S \cdot \sigma(t) & \textcircled{1} & & \frac{J}{R} \cdot \gamma(t) &= R \cdot F(t) - \mu \cdot \alpha_2(t) & \textcircled{2} \\
 \lambda(t) &= R \cdot \alpha_2(t) & \textcircled{1} & & \dot{\lambda}(t) &= \frac{d\lambda(t)}{dt} ; \gamma(t) = \frac{d^2\lambda(t)}{dt^2} & \textcircled{3} \\
 q_v(t) &= 2 \cdot S \cdot \frac{d\lambda(t)}{dt} + \frac{V_0}{b} \cdot \frac{d\sigma(t)}{dt} & \textcircled{4} & & & &
 \end{aligned}$$

4. SCHÉMAS-BLOC ÉLÉMENTAIRES

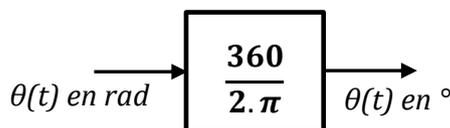
4.1. Cas généraux

- **Gain pur** (équations $\textcircled{1}$)

Schéma-bloc associé :

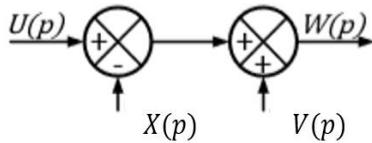


Par ailleurs, il est parfois nécessaire de convertir l’unité d’une grandeur physique

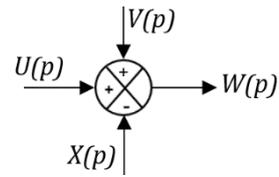


- **Sommateur** (équations ② et ④)

On se limite à 3 entrées pour 1 sortie



ou



Pour l'équation ② :

- **Dérivation ou intégration de grandeurs physiques, équations générales** (équations ③ et ④)

Voir cours C4.

4.2. Schémas-bloc associés à la fonction : Transmettre-Adapter

- **Engrenages à contact extérieur et axes parallèles**

En considérant deux roues dentées a et b de nombre de dents respectifs Z_a et Z_b , on trouve :

La relations des vitesses :

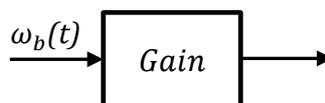
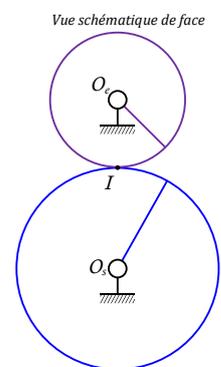
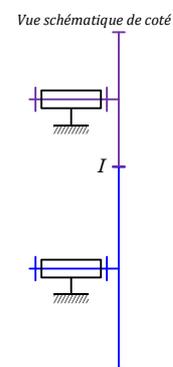
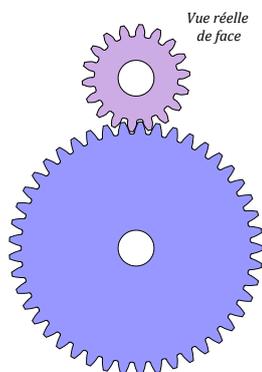
$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = -\frac{Z_b}{Z_a}$$

(attention croisement des indices)

La relation sur les couples (frottements négligés) :

$$\frac{C_a}{C_b} = \frac{Z_a}{Z_b} = \frac{R_a}{R_b}$$

(pas de croisement d'indices)



• Engrenages à contact intérieur et axes parallèles

En considérant deux roues dentées a et b de nombre de dents respectifs Z_a et Z_b , on trouve :

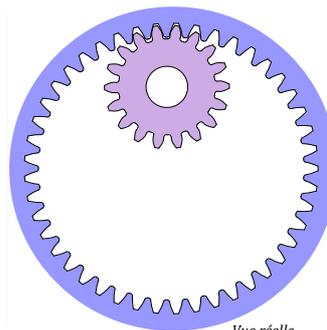


La relations des vitesses :

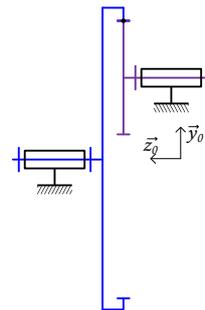
$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{Z_b}{Z_a}$$

La relation sur les couples (frottements négligés) :

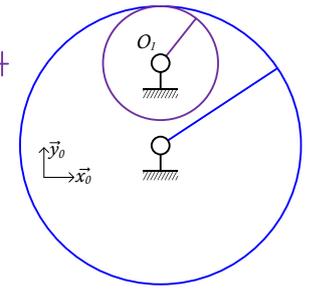
$$\frac{C_a}{C_b} = -\frac{Z_a}{Z_b} = -\frac{R_a}{R_b}$$



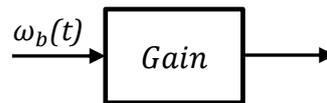
Vue réelle de face



Vue schématique de côté



Vue schématique de face



• Liens flexibles (chaîne ou courroie)

Le nombre de dents étant proportionnel au rayon, on trouve :

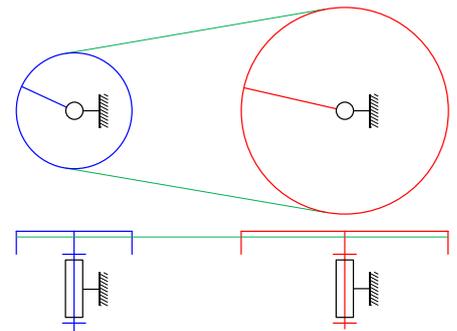


La relation des vitesses :

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{Z_b}{Z_a} = \frac{R_b}{R_a}$$

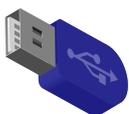
La relation sur les couples (frottements négligés) :

$$\frac{C_a}{C_b} = -\frac{Z_a}{Z_b} = -\frac{R_a}{R_b}$$



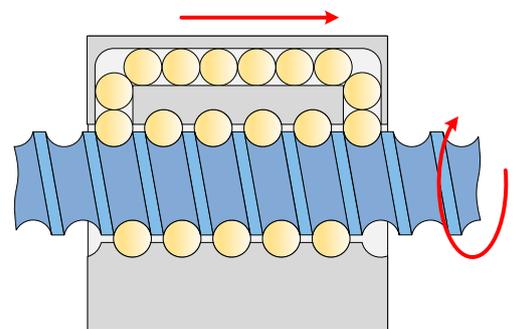
• Transmission par vis-écrou

Elle permet de transformer une rotation en translation. Un système vis-écrou est caractérisé par son pas p homogène à une longueur. Il quantifie la distance parcourue par l'écrou en 1 tour. Ainsi, on trouve en unités SI :



La relation en vitesses :

$$V = \omega \cdot \frac{p}{2\pi}$$

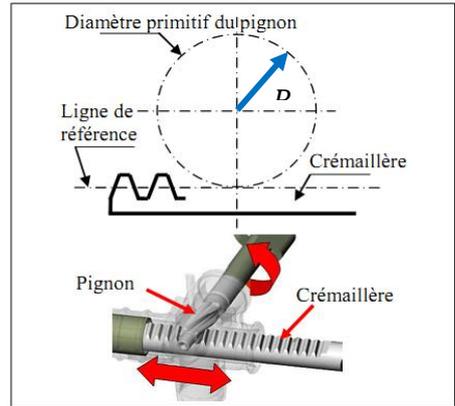


• **Transmission par pignon-crémaillère**

Elle permet de transformer une rotation en translation.

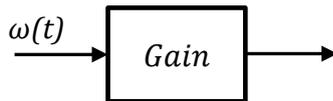
Utilisation : Portes de TGV, directions de voiture, ...

Caractéristiques : La vitesse de translation de la crémaillère V est fonction du rayon primitif R de la roue dentée et de la vitesse de rotation du pignon ω .



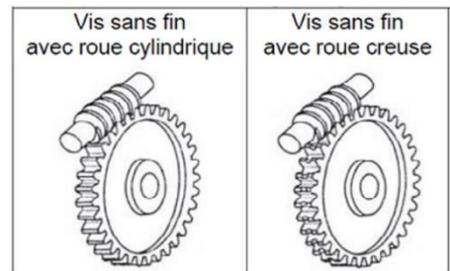
La relation en vitesses :

$$V = R \cdot \omega$$



• **Transmission par roue et vis sans fin**

Grands rapports de réduction (entre 1/5 et 1/150) mais un rendement faible. Application pour sa propriété cinématique (entraînement d'une roue codeuse pour déterminer une position angulaire).

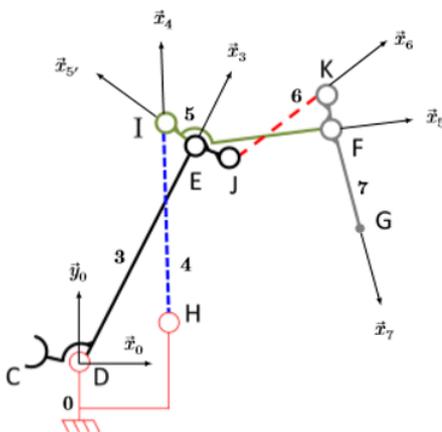


La relation en vitesses :

$$\frac{\omega_{roue}}{\omega_{vis}} = \frac{Z_{vis}}{Z_{roue}} = \frac{\text{Nombre de filets de la vis}}{\text{Nombre de dents de la roue}}$$



• **Cinématiques plus complexes**



$$\begin{aligned} \overline{DE} &= l_3 \vec{x}_3 \\ \overline{HI} &= l_4 \vec{x}_4 \\ \overline{EI} &= R_5 \vec{x}_{5'} \\ \overline{DH} &= d \vec{x}_0 + e \vec{y}_0 \\ \overline{EF} &= l_5 \vec{x}_5 \\ \overline{FG} &= l_7 \vec{x}_7 \\ \overline{JE} &= R_3 \vec{x}_{3'} \\ \overline{KF} &= R_7 \vec{x}_{7'} \end{aligned}$$

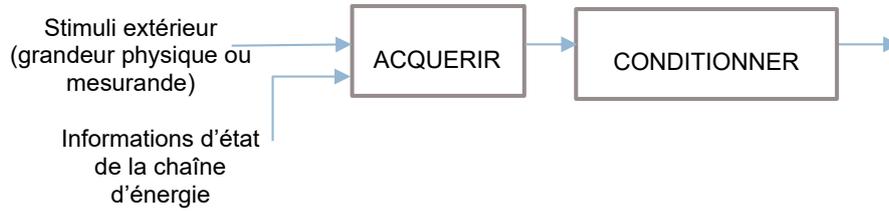
Cycle 2 : Approfondissements 1

et

Cycle 3 : Consolidation-Expérimentation

4.3. Schémas-bloc associés à la fonction : Acquérir

Dans la chaîne d'information de la chaîne fonctionnelle d'un système multiphysique, on a les deux fonctions suivantes :



Capter une grandeur physique (température, vitesse, consigne, ...) n'est pas une chose aisée (résolution). Les composants qui le permettent, les capteurs, ont des fonctionnements influencés par leurs caractéristiques intrinsèques (inertie mécanique ou/et électrique, variabilité dans le temps, ...). Cela conduit à des comportements (non linéarité, présence d'hystérésis, temps de réponse, ...) qui perturbent leurs réponses.

Des dispositifs additionnels vont donc **conditionner** cette réponse pour la rendre fiable et intelligible par un ordinateur.

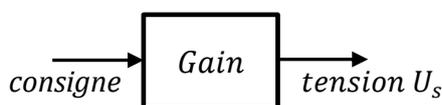
Nous présenterons dans ce paragraphe les composants les plus couramment utilisés.

- **Potentiomètre (IHM : Interface Homme Machine)**

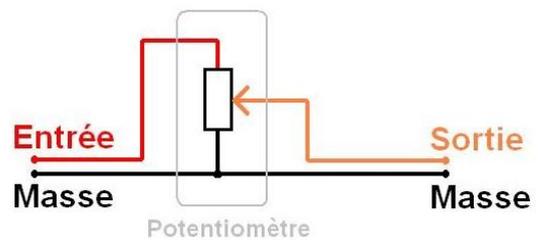
C'est un composant muni d'un bouton permettant de faire varier la résistance de sortie conduisant à une variation proportionnelle de la tension de sortie U_s .

Sur notre exemple, la consigne (position angulaire) peut varier de 0 à 10 et finalement,

$$\text{consigne} \cdot K_{pot} = U_s$$

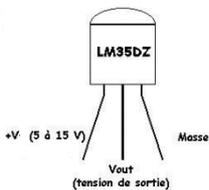


U_e étant la tension constante d'alimentation du potentiomètre

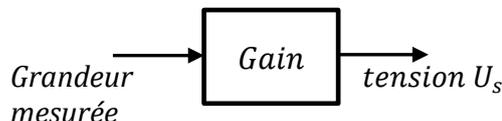


Gain = K_{pot}

- Capteurs de température, d'effort ou de pression, de débit, de vitesse, de concentration chimique, ...



Ces capteurs et leurs montages ont des comportements que nous considérerons linéaires.



Gain = K_{capt} (donné dans l'énoncé ou la documentation technique)

Sauf indications contraires, on fera l'hypothèse d'un comportement linéaire (Gain pur) : Gain = K_{capt} .

- Codeur incrémental

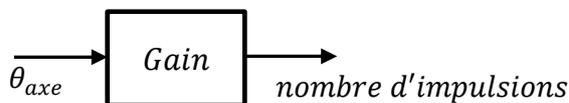
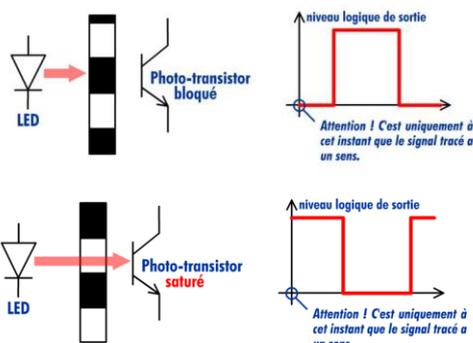
Le codeur optique est lié mécaniquement à un arbre qui l'entraîne en rotation. Ce sont des **informations sur la rotation** de cet arbre que l'on souhaite connaître (vitesse ou valeur de la rotation, nouvelle position angulaire atteinte...). Le codeur émet divers signaux électriques à destination du ordinateur (traiter-mémoriser) chargé de les exploiter et de leur donner un sens (par décodage, comptage, mesure de la fréquence...).



La roue codeuse ci-dessus, présente à l'intérieur du codeur, possède $n = 12$ pistes concentriques (du centre vers la périphérie) qui vont permettre, par lecture optique (led + phototransistor), de déterminer $2^n = 2^{12} = 4096$ positions angulaires de l'axe du codeur optique pour 1 tour de celui-ci.

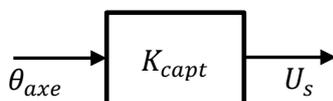
Il enverra vers le ordinateur de 0 à 4096 impulsions différentes conduisant à une résolution de :

$$\frac{360^\circ}{4096} = 0,088^\circ / \text{impulsions}$$



Gain = $\frac{2^n}{360}$ ou $\frac{2^n}{2\pi}$ (selon l'unité de θ_{axe}). On peut être amené à placer un bloc avant pour convertir l'angle dans la bonne unité.

Par ailleurs, si le conditionnement est fait en interne, le capteur renverra directement une tension proportionnelle à θ_{axe} :



L'énoncé vous renseignera.

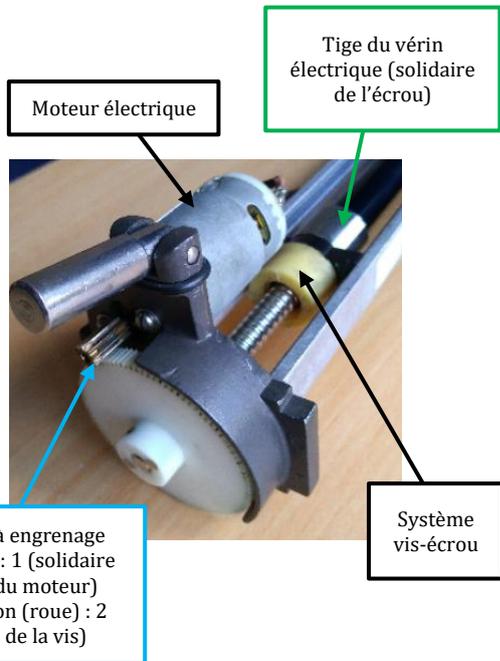
5. EXEMPLE

Un vérin électrique est piloté grâce à un joystick qui transforme la consigne $X_{cons-vérin}$ de l'opérateur en tension électrique U_{cons} .

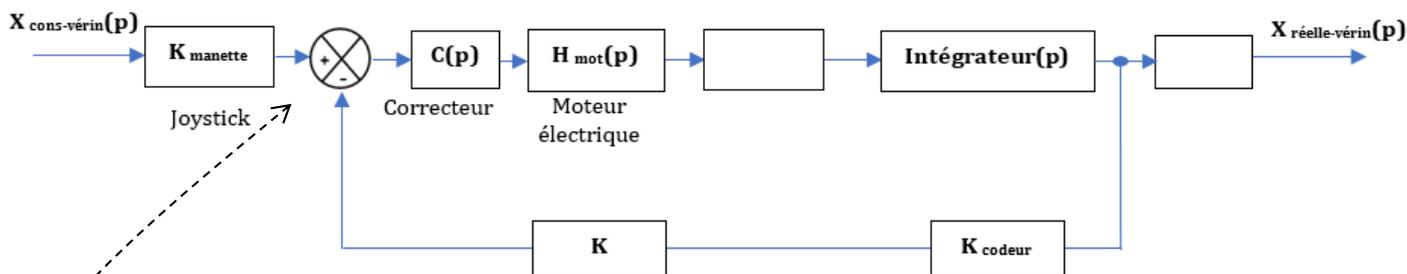
En fonction de l'écart $\varepsilon = U_{cons} - U_{réelle}$, le correcteur, de transmittance $C(p)$, délivre au moteur électrique, de fonction de transfert $H_{mot}(p)$, une tension d'alimentation U_{mot} . Le moteur tourne alors à la vitesse $\omega_m = \omega_{pignon1}$. La transmission du mouvement vers la tige du vérin est assurée par deux systèmes :

- réducteur à engrenage de gain $K_{réd}$ (en sortie, la vitesse de rotation est $\omega_{roue} = \omega_{pignon2} = \frac{d\theta_r}{dt}$)
- système vis-écrou de pas p et de gain $K_{v-é}$

L'axe de rotation d'un codeur incrémental à 16 pistes est solidaire de la vis. Il renvoie un nombre d'impulsions n_c pour un tour celle-ci.



1. Préciser les expressions de $K_{v-é}$, $K_{réd}$ et K_{codeur} .
2. Compléter le schéma-blocs de ce vérin électrique (noms des composants, grandeurs physiques, ...). Il faut lire très attentivement l'énoncé et analyser les figures fournies.



Attention : dans les blocs, il n'y a jamais de grandeurs physiques. Celles-ci sont en entrées et en sorties des blocs !

3. Montrer que l'expression du gain K est $K = \frac{K_{manette} \cdot K_{v-é}}{K_{codeur}}$ sachant que :
 $\varepsilon = U_{cons} - U_{réelle} = 0$ lorsque $X_{réel-vérin} = X_{cons-vérin}$ ①

Remarque : l'écart ε (en sortie du comparateur) est une grandeur fondamentale des asservissements car il indique si le système répond correctement à une consigne. A priori, pour une consigne constante, ε devrait toujours tendre vers 0.