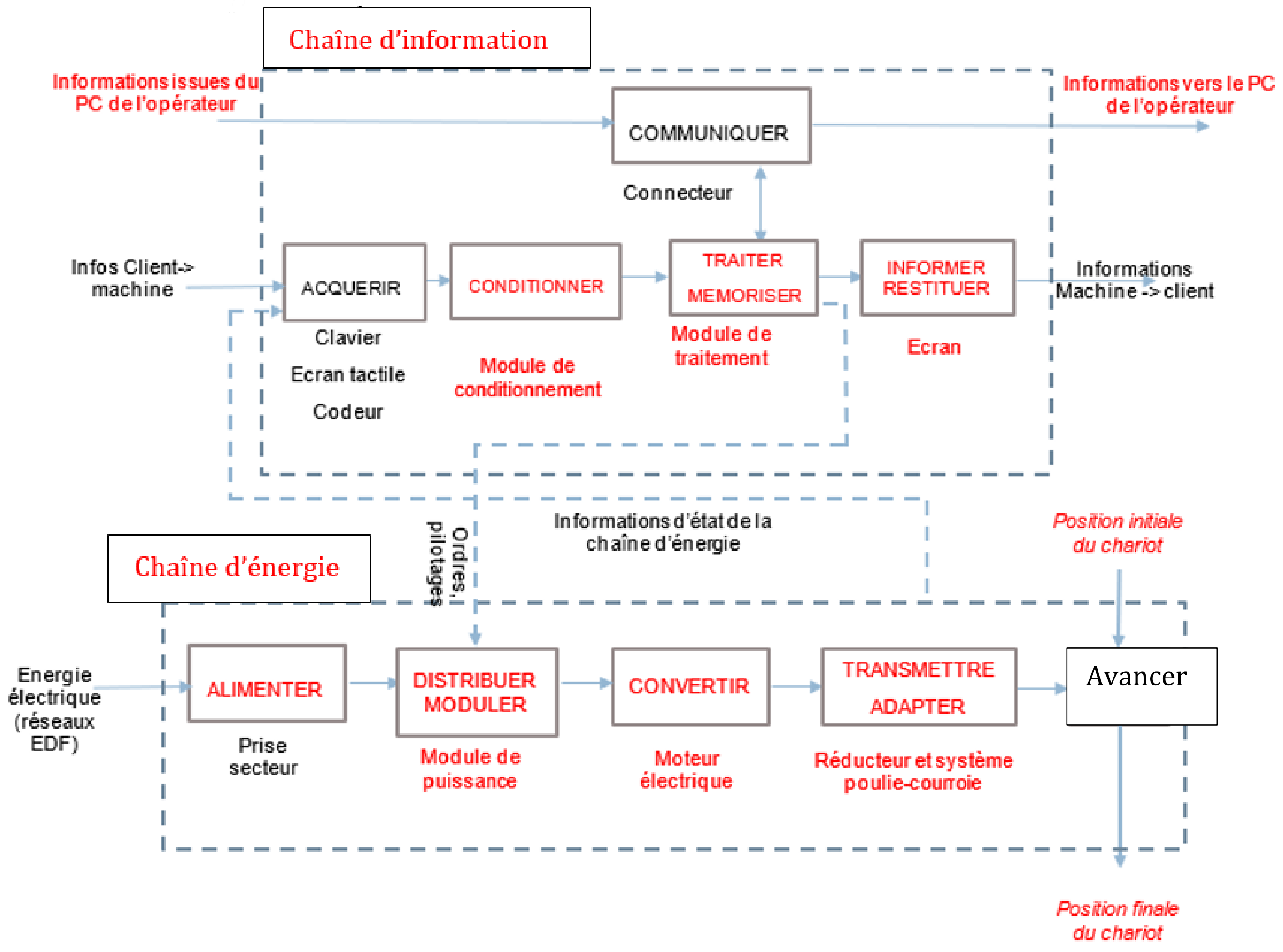
NOM :	Note : /20
Prénom :	Remarques :
Classe :	

DS de SI n°1 (2h) Cours C1 à C3

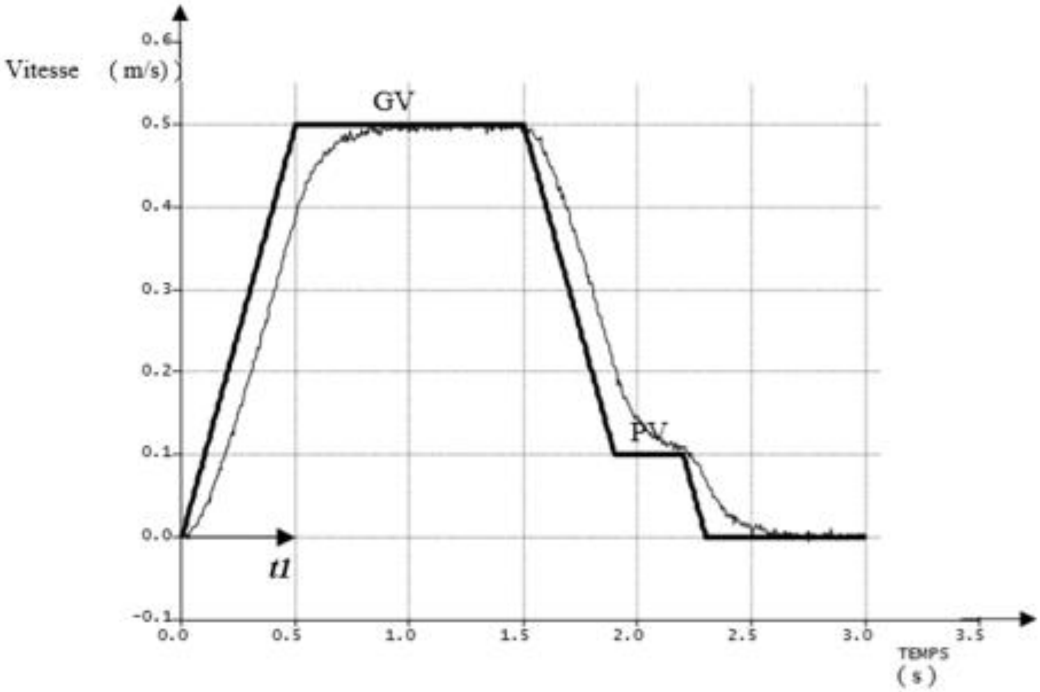
Corrigé

1. Cooksee

Q1.1.A partir des informations ci-dessus du système, compléter la chaîne fonctionnelle par les fonctions assurées et (les composants technologiques associés). Vous préciserez les chaînes et la matière d'œuvre.



L'asservissement de vitesse du système **cooKsee** fonctionne à partir d'une consigne $v_{c\,4/0}(t)$ de vitesse du chariot (4) par rapport au rail de guidage (0) défini par les segments de droites en gras sur la figure ci-contre. Cette consigne a été installée, par un opérateur, dans la mémoire de la carte de traitement.



La consigne de vitesse est composée de 5 phases.

Les vitesses et positions à l'instant $\boldsymbol{t_i}$ seront notées respectivement $\boldsymbol{v_i}$ *et* $\boldsymbol{x_i}$.

Q1.2. La phase d'accélération et les deux phases de décélérations ont la même valeur absolue de leur accélération notée a_{40}. On notera a_{40} l' accélération et $-a_{40}$ les décélérations. Calculer a_{40}.

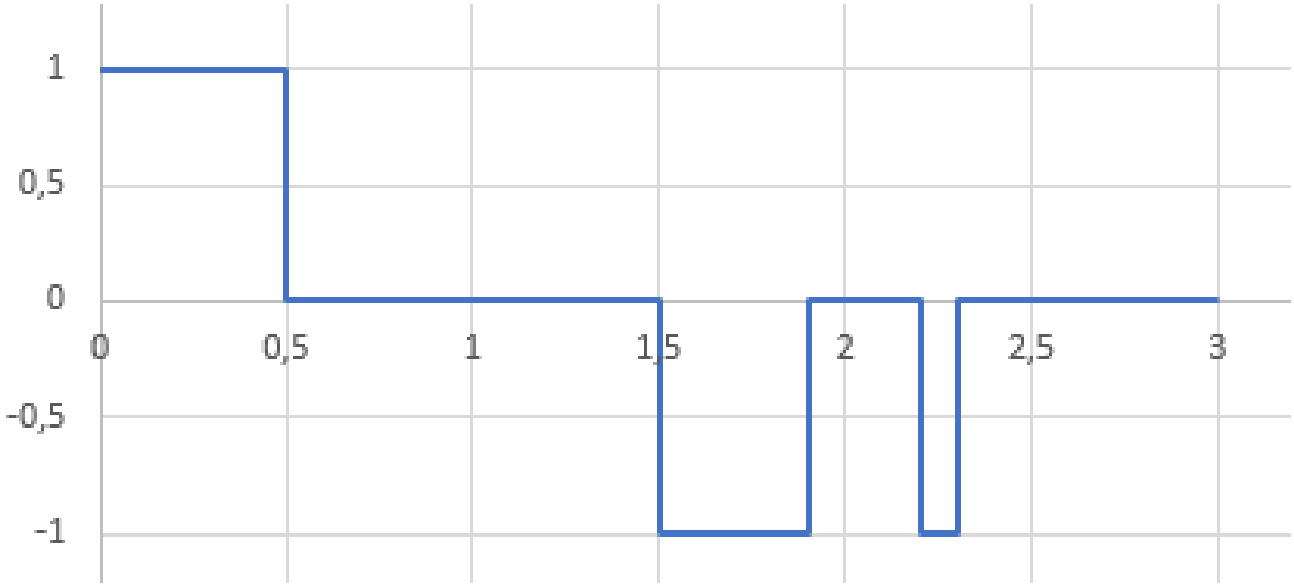
En phase 1, l'accélération étant constante, on a $a_{40} = \frac{dv_{c\,4/0}(t)}{dt} = \frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{0{,}5-0}{0{,}5-0}$ alors $a_{40} = 1\ m.s^{-2}$ Pour les phases 3 et 5, la décélération est $-a_{40} = -1\ m.s^{-2}$

Q1.3. Compléter le tableau ci-dessous.

Phases	Instants de début et de fin	Calculs éventuels :
1	$\boldsymbol{t_0 = 0\ s}$; $t_1 = 0{,}5\ s$	
2	$t_1 = 0{,}5\ s$; $t_2 = 1{,}5\ s$	
3	$t_2 = 1{,}5\ s$; $t_3 = 1{,}9\ s$	$-a_{40} = \frac{dv_{c\,4/0}(t)}{dt} = \frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2}$ $t_3 = t_2 + \frac{v_3 - v_2}{-a_{40}} = 1{,}9\ s$
4	$t_3 = 1{,}9\ s$; $\boldsymbol{t_4 = 2{,}2\ s}$	
5	$\boldsymbol{t_4 = 2{,}2\ s}$; $t_5 = 2{,}3\ s$	$t_5 = t_4 + \frac{v_5 - v_4}{-a_{40}} = 2{,}3\ s$

Q1.4. Tracer la courbe donnant les accélérations théoriques $a_{4/0}(t)$ du chariot à partir de la courbe de la vitesse de consigne.

Accélération théorique $(m.s^{-2})$ du chariot 4/0 en fonction du temps (s)



Q1.5. Déterminer l'expression de la fonction $x_{4/0}(t)$ que devrait théoriquement parcourir le chariot pendant la première phase. Faire l'application numérique pour t_1.

Pour la phase 1 (démarrage du chariot), l'accélération est constante. Alors $a_{40}.dt = dv(t)$

En intégrant cette relation de 0 à t,

$$\int_0^t a_{40}.dt = \int_{v_0}^{v(t)} dv_{c\,4/0}(t) \Leftrightarrow a_{40}.(t-0) = v_{c\,4/0}(t) - v_0 \;avec\; v_0 = 0.$$

On a donc $v_{c\,4/0}(t) = a_{40}.t$

Mais on pouvait affirmer directement que $v_{c\,4/0}(t) = a_{40}.t$, simplement en regardant la courbe de vitesse sans choquer le correcteur.

Par ailleurs, $v_{c\,4/0}(t) = \frac{dx(t)}{dt} = a_{40}.t \Leftrightarrow a_{40}.t.dt = dx(t)$ et par intégration,

$$\int_0^t a_{40}.t.dt = \int_{t_0}^t dx_{4/0}(t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}.a_{40}.t^2 = x_{4/0}(t) - x_0 \;avec\; x_0 = 0.$$

Finalement, $\boldsymbol{x_{4/0}(\mathbf{t}) = \frac{1}{2}.a_1.t^2}$.

A.N. : $\boldsymbol{x_1 = 0,125\ m}$

Q1.6. Calculer x_5.

On a $\int_{t_1}^{t_5} dx_{4/0}(t) = \int_{t_1}^{t_5} v_{c\,4/0}(t).dt \Leftrightarrow x_5 - x_1 = \int_{t_1}^{t_5} v_{c\,4/0}(t).dt$; cette intégrale peut être calculer grâce à l'aire sous la courbe de vitesse.

$$x_5 = x_1 + (t_2 - t_1).v_1 + \underbrace{(t_3 - t_2).\frac{(v_3 + v_2)}{2}}_{\text{Attention pour cette aire !}} + (t_4 - t_3).v_3 + \frac{1}{2}.(t_5 - t_4).v_4$$

$$x_5 = 0{,}78\,m$$

A la sortie du moteur est positionné un réducteur à engrenage de gain $K_{réd} = \frac{\omega_{poulie}}{\omega_{moteur}} = \frac{1}{32}$, suivi d'un système poulie-courroie de gain $K_{pc} = \frac{v_{4/0}}{\omega_{poulie}} = R = 17{,}8\,mm$

Q1.7. Calculer la vitesse de rotation de la poulie à l'instant $t_{int} = 0{,}2\,s$. En déduire la vitesse de rotation du moteur $\omega_{moteur}(t_{int})$. Vous donnerez le résultat en rad/s et en tr/min.

A $t_{int} = 0{,}2\,s$, $v_{4/0}(t_{int}) = a_{40}.t_{int} = 0{,}2\,m/s$.

Or $K_{pc} = \frac{v_{4/0}}{\omega_{poulie}} = R$ d'où, $\omega_{poulie}(t_{int}) = \frac{v_{4/0}(t_{int})}{R}$

et numériquement $\omega_{poulie}(t_{int}) = 11{,}2\,rad.s^{-1}$ *soit* $\omega_{poulie}(t_{int}) = 11{,}2.\frac{60}{2.\pi} = 107\,tr.min^{-1}$

On a aussi $K_{réd} = \frac{\omega_{poulie}}{\omega_{moteur}} = \frac{1}{32}$.

On en déduit

$$\omega_{moteur}(t_{int}) = \frac{\omega_{poulie}(t_{int})}{K_{réd}} = 358{,}4\,rad.s^{-1} \quad soit \quad \omega_{moteur}(t_{int}) = 107.32 = 3424\,tr.min^{-1}$$

Q1.8. Calculer, au cours de la phase 1, l'accélération du moteur $\ddot{\theta}_{1moteur}$ en $rad.s^{-2}$.

On a au cours de la phase 1, $a_{40} = \frac{dv_{4/0}(t)}{dt}$ et $v_{4/0}(t) = R.\omega_{poulie}(t) = R.K_{réd}.\omega_{moteur}(t)$

Par dérivation on obtient : $a_{40} = R.K_{réd}.\dot{\omega}_{moteur}(t) = R.K_{réd}.\ddot{\theta}_{1moteur}(t)$.

Finalement, $\ddot{\theta}_{1moteur}(t) = \frac{a_{40}}{R.K_{réd}}$

Et numériquement, $\ddot{\theta}_{1moteur}(t) = 1797{,}5\,rad.s^{-2}$.

On suppose que les frottements qui s'opposent au déplacement du chariot (4) par rapport au rail de guidage (0), ramenés sur l'axe $\Delta = (0, \vec{y})$ de rotation du moteur, sont modélisés par le couple $C_f = 0{,}3\ N.m$. Par ailleurs, le moment d'inertie des pièces en mouvement, ramenés sur l'axe Δ, vaut $J_\Delta = 3{,}4.10^{-4}\ kg.m^2$.

Q1.9. Calculer, par application du PFD, le couple moteur C_{mot} nécessaire au cours de la phase 1 pour mettre en mouvement le chariot (4). Vous prendrez $\ddot{\theta}_{1moteur} = 1800\ rad.s^{-2}$.

L'application du Principe Fondamental de la Dynamique au moteur selon l'axe Δ de moteur s'écrit :

$$\sum M(O, ext) = J_\Delta . \ddot{\theta}_{1moteur}$$

$$Soit\ C_{mot} - C_f = J_\Delta . \ddot{\theta}_{1moteur} \quad (car\ C_f\ s'oppose\ à\ C_{mot})$$

$$\text{Autrement dit, } C_{mot} = J_\Delta . \ddot{\theta}_{1moteur} + C_f$$

Numériquement, $C_{mot} = 3{,}4.10^{-4}.1800 + 0{,}3 = 0{,}912\ N.m$

$$C_{mot} = 0{,}912\ N.m$$

Q1.10. Le moteur choisi peut délivrer un couple maxi C_{max} de 1,3 N.m. Conclure en justifiant.

La phase 1 est celle qui sollicitera le plus le moteur (accélération du chariot (4) et des pièces qui lui sont liées). Le couple C_{mot} calculé est donc le couple maxi nécessaire et $C_{mot} \leq C_{max}$.

Ce moteur convient.

2. Actionneur de quille pendulaire

Pour mettre en rotation la quille dans le sens de la Figure A2, seul le vérin 2-4 est alimenté. Il doit générer un effort maxi $F_{max} = 9700\ N\ (selon + \vec{x}_2)$.

La petite chambre est alors le lieu d'une contre-pression $p_2 = 22\ bar$.

Q2.1. Donner les expressions de S_1 et S_2. Faire les calculs

$\mathbf{S_1 = \frac{\pi}{4}.D^2 = 5,03.10^{-3}\ m^2}$	$\mathbf{S_2 = \frac{\pi}{4}.(D^2 - d^2) = 4,32.10^{-3}\ m^2}$

Q2.2. Donner l'expression littérale de F_{max} en fonction de p_1, p_2, S_1 et S_2 puis calculer p_1.

$$On\ sait\ que\ pour\ ce\ vérin\ \mathrm{F}_{max} = \mathrm{p}_1.\mathrm{S}_1 - \mathrm{p}_2.\mathrm{S}_2$$

$$\mathrm{p}_1 = \frac{\mathrm{F}_{\max} + \mathrm{p}_2.\mathrm{S}_2}{\mathrm{S}_1}$$

Application numérique :

On a $\mathrm{S}_1 = \frac{\pi}{4}.D^2 = 5.10^{-3}\ m^2 \quad et \quad \mathrm{S}_2 = \frac{\pi}{4}.(D^2 - d^2) = 4{,}32.10^{-3}\ m^2$

$$\mathrm{p}_1 = \frac{9700 + 22.10^5.4{,}32.10^{-3}}{5{,}03.10^{-3}}$$

$$\mathrm{p}_1 = 38{,}4.10^5\quad Pa \qquad (soit\ 38{,}4\ bar)$$

Par ailleurs, une étude cinématique montre que pour satisfaire à l'exigence de rapidité de la quille, la tige du vérin devra atteindre la vitesse $v_0 = 0{,}2\ m.s^{-1}$.

Q2.3. Déterminer les expressions littérales de Q_1 et Q_2 en fonction de v_0 et d'autres paramètres. Faire les applications numériques. On donnera les résultats en l/min.

L'expression du débit est :

- pour la grande chambre $Q_1 = S_1.v_0$;
- pour la petite chambre $Q_2 = S_2.v_0$.

Application numérique :

$$Q_1 = 5{,}03.10^{-3}.0{,}2 = 10^{-3}\ \ m^3/s$$

$$et\ en\ \ l/min\,, Q_1 = 10^{-3}.\frac{1000}{\frac{1}{60}}\ \ d'où\ \ Q_1 = 60\ \ l/min$$

Par un calcul identique, on trouve :

$$Q_2 = 51{,}84\ \ l/min$$

Remarque : ces informations de pression et de débit permettrait de calculer la puissance hydraulique à fournir au système et donc le groupe hydraulique à sélectionner.

3. Station totale

Cinématique du bloc optique en élévation : angle $\theta_{2/1}$

Q3.1. Déterminer l'expression de la fonction $\theta_{2/1}$ en fonction t, A et t_f.

L'exigence Id 1.3 impose $\omega_{2/1}(t) = A.t.(t_f - t)$. Par ailleurs, on sait que $\theta_{2/1}(0) = 0$

On cherche la fonction $\theta_{2/1}(t)$.

Par intégration, on a : $\theta_{2/1}(t) - \theta_{2/1}(0) = \int_0^t \omega_{2/1}(t).dt \Leftrightarrow \theta_{2/1}(t) = \left[\frac{A.t_f}{2}.t^2 - \frac{A}{3}.t^3\right]_0^t$

Finalement, $\boldsymbol{\theta_{2/1}(t) = A.(\frac{t_f}{2}.t^2 - \frac{1}{3}.t^3)}$

Q3.2. Montrer que $\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{6.\Delta\theta_{2/1}}}{\boldsymbol{t_f^{\ 3}}}$.

Pour $t = t_f$, l'angle parcouru est égal au débattement $\Delta\theta_{2/1}$.

Alors, $\theta_{2/1}(t_f) = A.\left(\frac{t_f}{2}.t_f^{\ 2} - \frac{1}{3}.t_f^{\ 3}\right) = \Delta\theta_{2/1}$

On en conclut que $\boldsymbol{\Delta\theta_{2/1} = A.\frac{t_f^{\ 3}}{6}}$ ***ou*** $\boldsymbol{A = \frac{6.\Delta\theta_{2/1}}{t_f^{\ 3}}}$

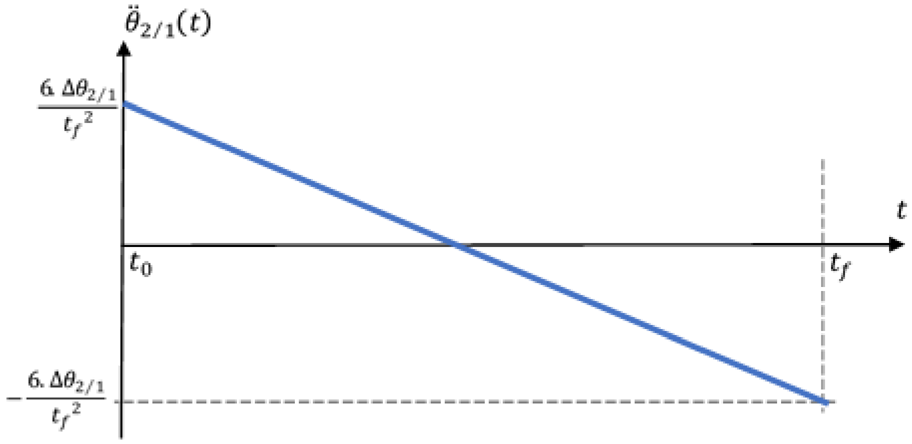
Q3.3. Déterminer la fonction du temps $\ddot{\theta}_{2/1}$ *en fonction t,* $\Delta\theta_{2/1}$ *et* t_f*. Tracer son allure en indiquant les expressions de ses extremums sur l'intervalle* $[0, t_f]$.

La vitesse s'écrit donc $\omega_{2/1}(t) = \frac{\boldsymbol{6.\Delta\theta_{2/1}}}{\boldsymbol{t_f^{\ 3}}}.t.(t_f - t)$.

L'accélération est donc la fonction, obtenue par dérivation,

$\ddot{\theta}_{2/1}(t) = \frac{\boldsymbol{6.\Delta\theta_{2/1}}}{\boldsymbol{t_f^{\ 3}}}.(t_f - 2.t)$. Sa courbe représentative est une droite affine.

Tracé :



Q3.4. Calculer alors la valeur numérique de l'accélération maxi $\boldsymbol{\ddot{\theta}_{2/1\,max}}$ *qui permette d'assurer l'exigence Id 1.2.*

Il faut une accélération maxi $\boldsymbol{\ddot{\theta}_{2/1\,max}} = \frac{\boldsymbol{6.\Delta\theta_{2/1}}}{\boldsymbol{t_f^{\ 2}}} = \frac{\boldsymbol{6.\frac{2.\pi}{3}}}{\boldsymbol{0{,}5^2}}$

$$\boldsymbol{\ddot{\theta}_{2/1\,max} = 50{,}3\ rad/s^2}$$

4. Barrage hydroélectrique

Q4.1. On note J la durée de fonctionnement en continu du barrage. Donner la relation reliant J, Q_{turb}, Q_{al} *et* V_u.

Calculer J en jours.

La durée de fonctionnement *J* dépend du débit $4.Q_{turb}$ consommé par les turbines, du débit d'alimentation Q_{al} et du volume utile V_u selon la relation :

$$J = \frac{V_u}{4.Q_{turb} - Q_{al}}$$

$4.Q_{turb} - Q_{al}$ est le débit globalement consommé.

Par ailleurs, $Q_{turb} = \frac{\pi}{4}.D^2.v$

Numériquement,

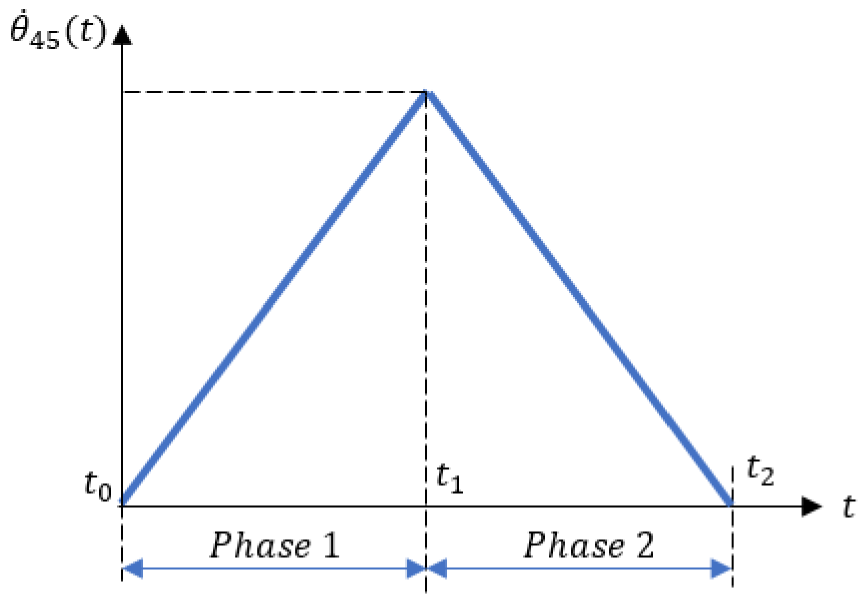
$$Q_{turb} = 74{,}75\ m^3.s^{-1}$$

$$J = 1628352\ s$$

$$Soit\ J = 18{,}85\ jours$$

5. Equations du mouvement : profil triangle

Q5.1. Tracer la loi des vitesses.



Q5.2. Que peut-on affirmer pour t_1 ?

Pour des raisons de symétrie de la courbe de vitesse, on a $t_1 = \frac{t_2}{2}$.

Par ailleurs, $\dot{\theta}_{45}(t_1) = \dot{\theta}_{45max}$

Q5.3. Le cahier des charges impose :

Exigence	**Critère**	**Niveau**
Rapidité	Délai ΔT pour un angle de rotation $\Delta\theta_{45} = 150°$ de l'avant-bras.	$\Delta T \leq 0{,}5\ s$

Déterminer la valeur de $\ddot{\theta}_{45/1}$ qui satisfera à l'exigence de rapidité.

Pour satisfaire l'exigence de rapidité, posons $t_2 = \Delta T$.

L'accélération est constante sur $[t_0; t_1]$ $donc\ \ddot{\theta}_{45/1} = \frac{d\dot{\theta}_{45}(t)}{dt} = \frac{\Delta\dot{\theta}_{45}(t)}{\Delta t} = \frac{\dot{\theta}_{45max}}{t_1}$

Pour satisfaire l'exigence de rapidité, posons $t_2 = \Delta T$. Autrement dit, $t_1 = \frac{\Delta T}{2}$.

Reste à déterminer $\dot{\theta}_{45max}$.

Comme on a $\Delta\theta_{45}$,

$$On\ écrit, \int_{t_0}^{t_2} d\theta_{45}(t) = \underbrace{\int_{t_0}^{t_2} \dot{\theta}_{45}(t)\,.\,dt}_{\substack{Aire\ sous \\ la\ courbe}} \Leftrightarrow \Delta\theta_{45} = \frac{\Delta T}{2}.\dot{\theta}_{45max} \Leftrightarrow \dot{\theta}_{45max} = \frac{2.\Delta\theta_{45}}{\Delta T}$$

$$d'où, \qquad \ddot{\theta}_{45/1} = \frac{4.\Delta\theta_{45}}{\Delta T^2}$$

$$\ddot{\theta}_{45/1} = 41{,}9\ rad.s^{-2}$$

Q5.4. Calculer la vitesse maximale de rotation $\dot{\theta}_{45/max}$.

On en déduit $\dot{\theta}_{45max} = \frac{2.\Delta\theta_{45}}{\Delta T}$

$$\dot{\theta}_{45max} = 10{,}47\ rad.s^{-1}\ \ (soit\ \ 100\ tr.min^{-1})$$

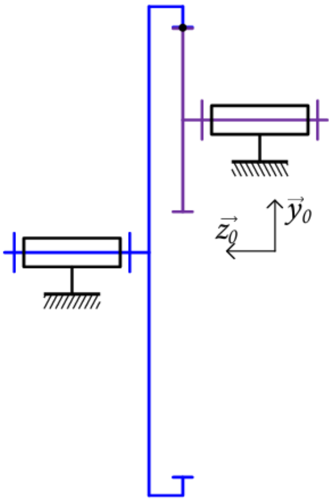
Le moteur d'entraînement de l'avant-bras tourne à $N_{mot} = 4000\ tr/min$.

Q5.5. Faut-il prévoir un réducteur ? Si oui, calculer le rapport de réduction k.

Evidemment, il faut une réduction de $k = \frac{1}{40}$

6. Cours C3

Q6.1. Donner le schéma cinématique vu de côté de deux engrenages (numérotés 1 et 2) à contact intérieur et axes parallèles. Donner les relations sur les vitesses et les couples.



Vue schématique de coté

$$\frac{C_1}{C_2} = -\frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{R_1}{R_2}$$

$$et\ \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

Q6.2. Donner la relation cinématique (entre les vitesses) d'un système Vis-écrou.

$$V = \omega.\frac{p}{2\,\pi}$$

Q6.3. Donner la relation cinématique d'un système roue et vis sans fin.

$$\frac{\omega_{roue}}{\omega_{vis}} = \frac{Z_{vis}}{Z_{roue}} = \frac{Nombre\ de\ filets\ de\ la\ vis}{Nombre\ de\ dents\ de\ la\ roue}$$