

# TD 4 : Schéma-bloc fonctionnel et transformée de Laplace Corrigé

## EXERCICE 1 : LES BASES (HYP : HEAVISIDE EST VERIFIÉ)

- Donner les trois entrées-test du cours en leurs transformées de Laplace.

*Ce sont le Dirac (ou impulsion), l'échelon (ou indicielle) qui le plus utilisé car il consiste à imposer une consigne constante et enfin la rampe (évolution linéaire de la consigne, ... montée en altitude contrôlée, ...). Il faut connaître parfaitement leurs expressions temporelles et de Laplace.*

Un système est globalement régi par l'équation différentielle :

$$10 \cdot \frac{d^3 s(t)}{dt^3} + 5 \cdot \frac{ds(t)}{dt} = 2 \cdot \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \frac{de(t)}{dt} + 3 \cdot e(t) \quad (1) \text{ reliant son entrée et sa sortie.}$$

Le comportement est-il causal (expliquer). Donner son ordre.

Calculer sa fonction de transfert  $H(p)$ . La mettre sous forme canonique et préciser sa classe, son ordre et son gain statique.

$$\mathcal{L}((1)) \Leftrightarrow (10 \cdot p^3 + 5 \cdot p) \cdot S(p) = (2 \cdot p^2 + p + 3) \cdot E(p) \quad (\text{sous les conditions d'Heaviside})$$

$$\Leftrightarrow \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{2 \cdot p^2 + p + 3}{10 \cdot p^3 + 5 \cdot p} = \frac{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot p + \frac{2}{3} \cdot p^2\right)}{5 \cdot p \cdot (1 + 2 \cdot p^2)} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\left(1 + \frac{1}{3} \cdot p + \frac{2}{3} \cdot p^2\right)}{p \cdot (1 + 2 \cdot p^2)} \quad \text{fraction polynomiale}$$

*La forme canonique facilite le calcul des limites (théorème des valeurs finale et initiale) et nous renseigne sur le comportement du système (Stabilité, précision, rapidité et amortissement-dépassement). Nous verrons cela au cours C10, ...*

*Son gain statique  $k = \frac{3}{5}$  est le rapport de l'amplitude de la sortie sur l'amplitude de l'entrée. Par exemple, si  $k \ll 1$ , cela signifie que l'amplitude de la sortie est très faible ( $s(t) \approx 0$ ), le système ne réagit plus, l'entrée a été « filtrée ».*

*Sa classe vaut 1 (c'est le nombre d'intégrateur mis en facteur au dénominateur (indicateur pour la précision et la stabilité cours C16)).*

*Enfin, son ordre vaut 3 (degré de l'ensemble du dénominateur  $3 = 1 + 2$ ).*

Donner la forme canonique, le gain statique, la classe et l'ordre des fonctions qui suivent

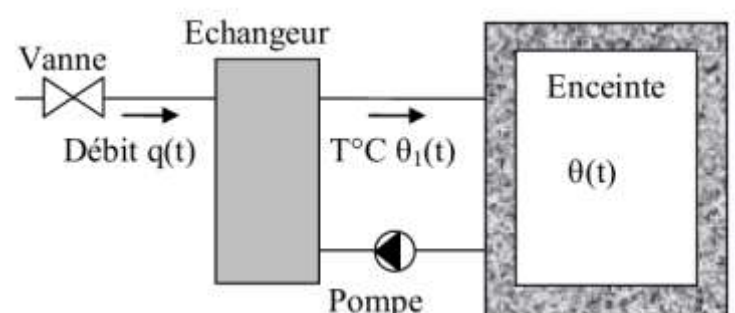
$$H_1(p) = \frac{10}{(1 + 0,5 \cdot p) \cdot (1 + 0,25 \cdot p)} \quad \text{c'est déjà une forme canonique voir cours C12}$$

$$H_2(p) = \frac{5 \cdot (4 + p)}{p \cdot (2 \cdot p + p)} = \frac{20 \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \cdot p\right)}{p \cdot (3 \cdot p)} = \frac{20}{3} \cdot \frac{\left(1 + \frac{1}{4} \cdot p\right)}{(1)} \quad k = \frac{20}{3} ; \text{Classe 2 et Ordre 2}$$

$$H_3(p) = \frac{1000 \cdot (2 + 10 \cdot p)}{100 + 8 \cdot p + p^2} = 20 \cdot \frac{(1 + 5 \cdot p)}{1 + \frac{8}{100} \cdot p + \frac{1}{100} p^2}$$

## EXERCICE 2 : MODÉLISATION D'UNE ENCEINTE CHAUFFANTE

Le système représenté ci-contre est chargé de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique. Une vanne permet de réguler le débit dans l'échangeur. On note



$\alpha(t)$  l'angle d'ouverture de la vanne,  $q(t)$  le débit dans l'échangeur,  $\theta_1(t)$  la température en sortie de l'échangeur,  $\theta(t)$  la température de l'enceinte.

On donne les modèles de connaissance qui régissent le système :

- $q(t) = k_0 \cdot \alpha(t)$  (loi de fonctionnement de la vanne donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture de la vanne).
- $\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 \cdot q(t)$  (loi de transfert de chaleur dans l'échangeur).
- $\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = k_2 \cdot \theta_1(t)$  (loi de transfert de chaleur dans l'enceinte).

### Commande manuelle de la vanne :

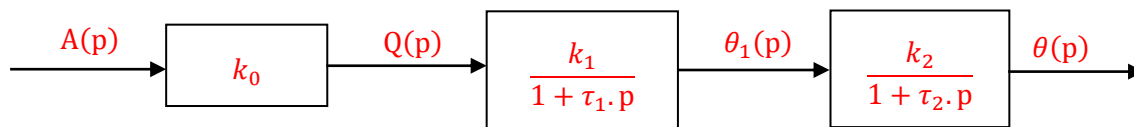
On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne  $\alpha(t)$ , et la sortie la température de l'enceinte  $\theta(t)$ .

Q1. Traduire dans le domaine de Laplace les équations du modèle de connaissance.

$$Q(p) = k_0 \cdot A(p) ; \quad \theta_1(p) \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) = k_1 \cdot Q(p) \Leftrightarrow \theta_1(p) = Q(p) \cdot \frac{k_1}{1 + \tau_1 \cdot p} ;$$

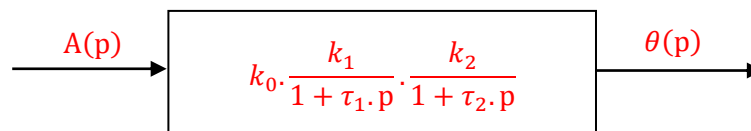
$$\theta(p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p) = k_2 \cdot \theta_1(p) \Leftrightarrow \theta(p) = \theta_1(p) \cdot \frac{k_2}{1 + \tau_2 \cdot p}$$

Q2. Représenter le système par un schéma-bloc faisant intervenir les 3 blocs précédemment définis.



*Il faut bien identifier les grandeurs physiques en entrées et en sorties des blocs.*

*Par ailleurs, on peut les compacter en un seul bloc. Cela reviendrait, mathématiquement, à éliminer par substitution, certains inconnues d'un système d'équations !*

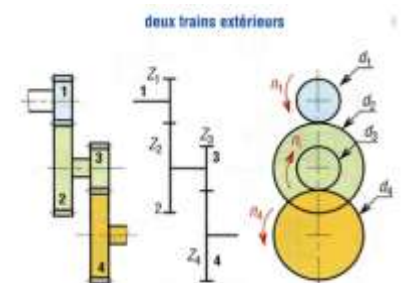
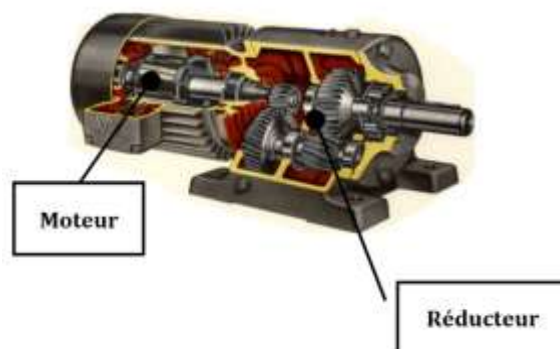


*L'objectif de la modélisation en schéma-blocs est de ne pas résoudre le système d'équations mais de faire parler la fonction de transfert qui synthétise toutes ces équations issues des lois de la physiques.*

### Commande asservie de la vanne :

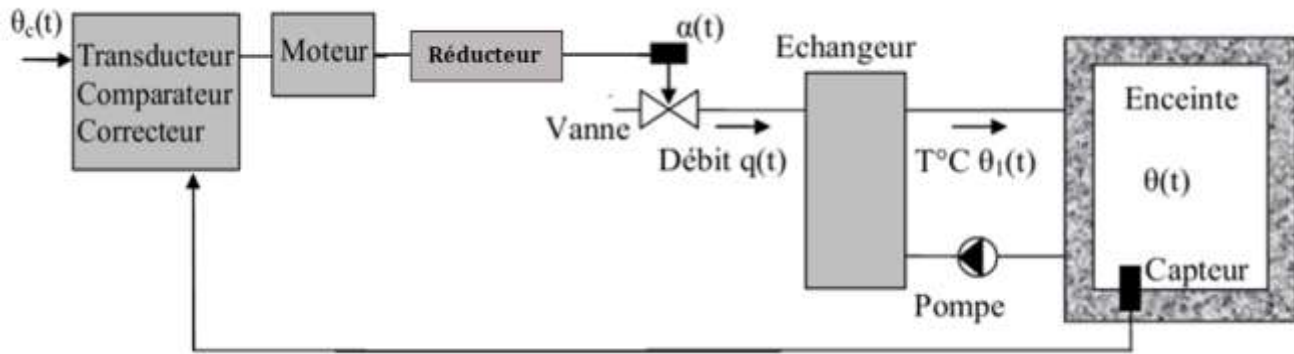
Afin de réguler la température, on choisit de motoriser la vanne. On installe un capteur dans l'enceinte qui mesure la température et la traduit en une tension  $u_{mes}(t)$  (on peut modéliser ce capteur par un gain pur  $K_{mes} = 0,02$ ). La tension  $u_{mes}(t)$  est comparée à la tension de consigne  $u_c(t)$  issue d'un transducteur de fonction de transfert  $T(p)$  à

partir de la consigne de température  $\theta_c(t)$ . En fonction de cet écart amplifié par un correcteur de gain  $K_c$ , le moteur est alimenté par une tension  $u_{mot}(t)$ . La vitesse  $\omega_{mot}(t)$  du moteur est réduite par un réducteur par



engrenage à deux étages, de rapport de réduction  $K_{\text{réd}}$ , jusqu'à la vitesse  $\omega_{\text{réd}}(t) = \dot{\alpha}(t)$ . La vanne motorisée s'ouvre plus ou moins d'un angle  $\alpha(t)$  pour réguler le débit.

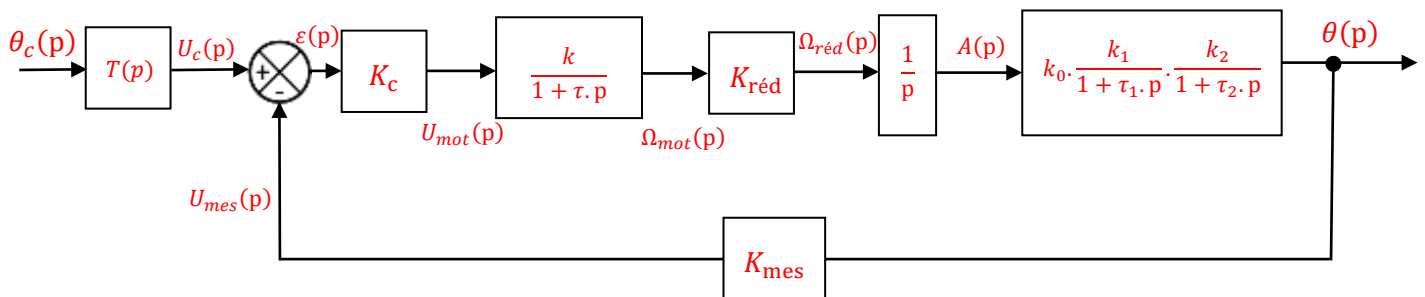
Schéma technologique de l'installation (attention, ce n'est pas un schéma-blocs)



On donne la fonction de transfert du moteur qui est :

$$M(p) = \frac{\Omega_{\text{mot}}(p)}{U_{\text{mot}}(p)} = \frac{k}{1 + \tau \cdot p}$$

Q3. Représenter par un schéma-bloc le système régulé dont l'entrée est la température  $\theta_c(p)$ . Remarque : il faut repérer dans le texte et schéma les grandeurs physiques intervenant dans le système et déterminer de quel bloc elles sont l'entrée ou la sortie. Cela donne, par la même occasion, le nombre de blocs à prévoir (les conditions de Heaviside sont vérifiées).



L'écart  $\varepsilon(p)$  est une grandeur déterminante d'un asservissement. Il compare la consigne (ce qui est demandé et la valeur obtenue).

Un asservissement signifie que la grandeur de sortie doit, au bout d'une certaine durée, être égale à la consigne d'entrée (y compris en cas de perturbation qui sera modélisée par une entrée secondaire).

Q4. Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur de façon à annuler l'écart  $\varepsilon(p)$  quand la température de consigne et la température de l'enceinte sont égales ?

C'est une question très classique de concours (voir la fin du C3).

L'écart doit être nul lorsque la sortie est égale à la consigne. Or,  $\varepsilon(p) = T(p) \cdot \theta_c(p) - K_{\text{mes}} \cdot \theta(p)$ . Cette condition impose que  $T(p) = K_{\text{mes}}$  !

Q5. Exprimer  $H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$  sous forme canonique.

Par les équations, on a  $\theta(p) = \frac{K_c \cdot k \cdot K_{\text{réd}} \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_2}{p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p)} \cdot \varepsilon(p)$  et  $\varepsilon(p) = K_{\text{mes}} \cdot (\theta_c(p) - \theta(p))$

$$\Leftrightarrow \theta(p) = \frac{K_c \cdot k \cdot K_{\text{réd}} \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_2}{p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p)} \cdot K_{\text{mes}} \cdot (\theta_c(p) - \theta(p))$$

$$\Leftrightarrow p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p) \cdot \theta(p) = K_c \cdot K_{red} \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k \cdot K_{mes} \cdot (\theta_c(p) - \theta(p))$$

$$\Leftrightarrow \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{K_c \cdot k \cdot K_{red} \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot K_{mes}}{p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p) + K_c \cdot k \cdot K_{red} \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot K_{mes}}$$

$$\text{posons } K = K_c \cdot k \cdot K_{red} \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot K_{mes} \Leftrightarrow \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{1}{\frac{p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p)}{K} + 1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K} \cdot p + \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau}{K} \cdot p^2 + \frac{\tau_1 \cdot \tau_2 + \tau \cdot (\tau_1 + \tau_2)}{K} \cdot p^3 + \frac{\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau}{K} \cdot p^4}$$

Le gain statique vaut 1. Cela signifie qu'au bout d'un certain temps, la sortie sera égale à l'entrée ... ouf !

### EXERCICE 3 : MOTEUR ÉLECTRIQUE A COURANT CONTINU (CLASSIQUE EN CONCOURS)

Le moteur électrique à courant continu (MCC) est un actionneur très utilisé.

L'analyse de la partie électrique permet d'obtenir les équations suivantes :

$$R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} = u_c(t) \quad (1)$$

$$u_c(t) = u_m(t) - e(t) \quad (2)$$

L'analyse de la partie mécanique de la chaîne d'action permet d'obtenir l'équation suivante :

$$J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) + c_r(t) - f \cdot \omega_m(t) \quad (3)$$

Les équations de couplage reliant les grandeurs mécaniques et électriques sont données ci-après :

$$c_m(t) = K_i \cdot i(t) \quad (4)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad (5)$$

Avec :

- $u_m(t)$  : tension d'alimentation de l'induit ;
- $i(t)$  : courant d'induit ;
- $e(t)$  : tension correspondant à la force contre électromotrice ;
- $c_m(t)$  : couple moteur ;
- $c_r(t)$  : couple résistant du récepteur ;
- $\theta(t), \omega(t)$  : position et vitesse de rotation angulaires de l'arbre moteur ;

Caractéristiques électriques du moteur :

- $R$  résistance de l'induit  $R$  en ohm ( $\Omega$ ) ;
- $L$  inductance de l'induit :  $L$  en Henry ( $H$ ) ;
- $K_i$  : constante de couple  $K_i$  en  $N \cdot m \cdot A^{-1}$  ;
- $K_e$  : constante de force contre-électromotrice (en  $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ ).

Caractéristiques mécaniques du moteur :

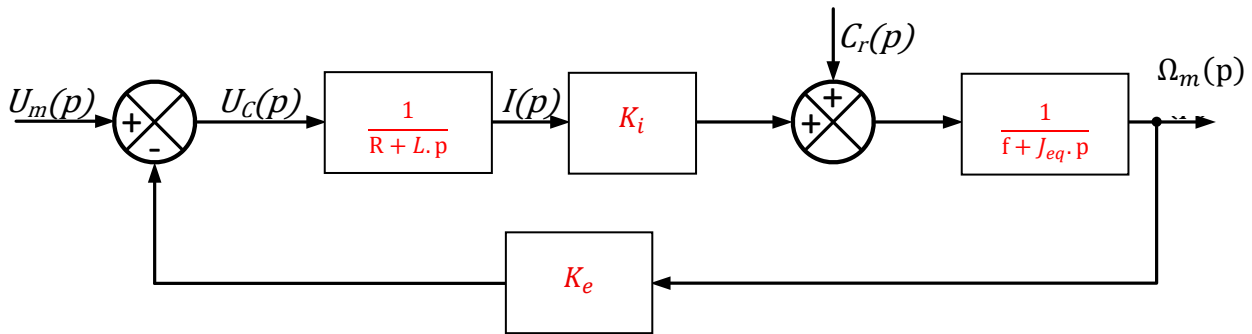
- $J_{eq}$  : moment d'inertie de la partie mécanique (moteur, réducteur etc.)  $J_{eq}$  en  $kg \cdot m^2$  ;
- $f$  : coefficient de frottement visqueux : en  $N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$ .

Q1. Passer les 5 équations précédentes dans le domaine de Laplace et tracer les schéma-blocs élémentaires correspondant à chacune des équations (les conditions de Heaviside sont vérifiées).

$$I(p) \cdot (R + L \cdot p) = U_c(p) ; U_c(p) = U_m(p) - E(p) ; \Omega_m(p) \cdot (J_{eq} \cdot p + f) = C_{mot}(p) + C_r(p)$$

$$E(p) = K_e \cdot \Omega_m(p) ; C_{mot}(p) = K_i \cdot I(p)$$

Q2. En combinant les 5 blocs élémentaires précédents, compléter le schéma bloc ci-dessous.



## EXERCICE 4 : QUILLE PENDULAIRE (SUJET DE CONCOURS)

Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire (figures 6 et 7). Cette quille est en liaison pivot d'axe (O ; ZN) avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci. La mise en mouvement et le blocage en position de la quille sont réalisés par des chaînes d'énergie et d'information.



Figure 7 : Voilier avec sa quille pendulaire écartée au maximum sur « bâbord »

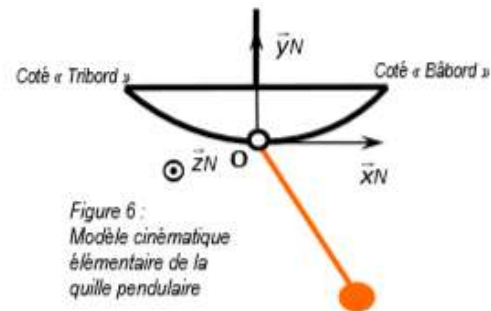
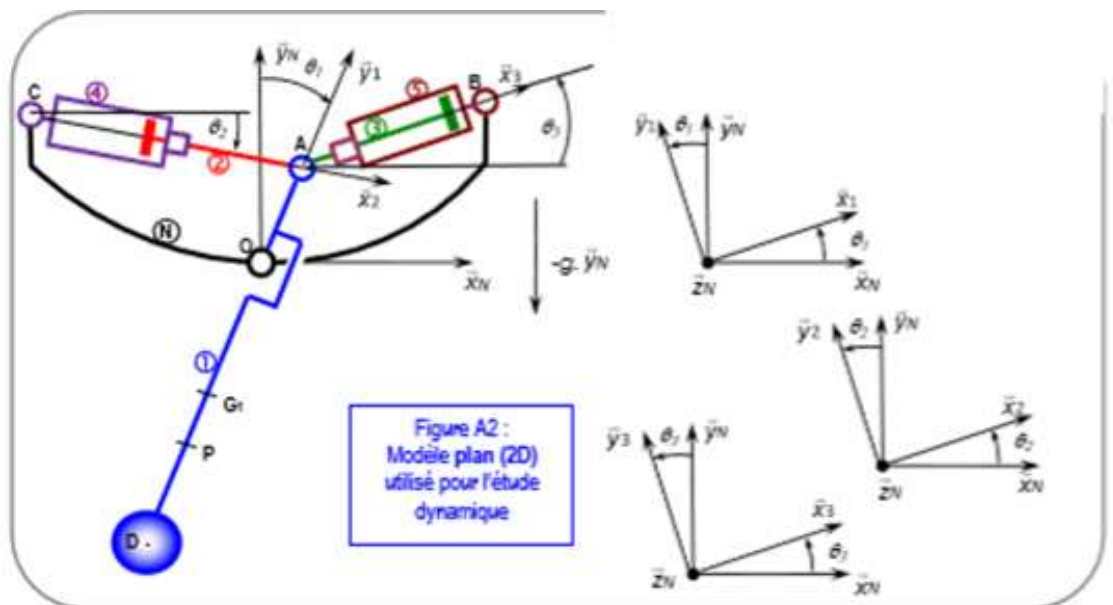


Figure 6 : Modèle cinématique élémentaire de la quille pendulaire

La commande des manœuvres de la quille s'effectue via un pupitre (voir TD 1.3) placé à proximité du poste de barre.

La quille est manœuvrée par deux vérins hydrauliques. Chacun d'eux est piloté par une servovalve de débit délivrant un débit  $q(t)$  proportionnel à sa tension de commande  $v(t)$ .



**Modélisation du vérin** : le comportement du vérin est défini par le modèle de la figure 11.

1 : Variable temporelle ; 2 : Transformée de Laplace correspondante.

| 1                                                                                 | Définition (unité)                                                           | 2           | 1         | Définition (unité)                                                                                                                  | 2                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|-------------|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $q(t)$                                                                            | Débit d'alimentation du vérin ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )           | $Q(p)$      | $f_R(t)$  | Composante selon l'axe de la tige de vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille. (N) | $F_R(p)$                                                                              |
| $\sigma(t)$                                                                       | Différence de pression entre les deux chambres du vérin (Pa)                 | $\Sigma(p)$ |           |                                                                                                                                     |                                                                                       |
| $x(t)$                                                                            | Position de la tige du vérin (m)                                             | $X(p)$      |           |                                                                                                                                     |                                                                                       |
| Constantes : Définitions et unités ( N.B. : toutes ces constantes sont positives) |                                                                              |             |           |                                                                                                                                     |                                                                                       |
| $S$                                                                               | Section du vérin ( $\text{m}^2$ )                                            | $M$         | $\lambda$ | Masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenée sur la tige de vérin (kg)                                               | Coefficient de frottements visqueux ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$ ) |
| $k$                                                                               | Raideur mécanique du vérin ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ )                |             |           |                                                                                                                                     |                                                                                       |
| $V$                                                                               | Volume d'huile de référence ( $\text{m}^3$ )                                 |             |           |                                                                                                                                     |                                                                                       |
| $B$                                                                               | Coefficient de compressibilité de l'huile ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ) |             |           |                                                                                                                                     |                                                                                       |

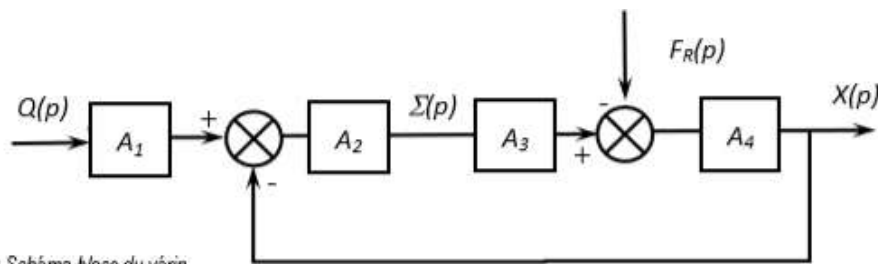


Figure 11 : Schéma-blocs du vérin.

$$(1) q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

$$(2) M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \lambda \cdot \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$$

Q1. Ecrire les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace (les conditions de Heaviside sont vérifiées).

L'équation (1) s'écrit en Laplace :  $Q(p) = S \cdot p \cdot X(p) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot p \cdot \Sigma(p) \Leftrightarrow \frac{V}{2 \cdot B} \cdot p \cdot \Sigma(p) = Q(p) - S \cdot p \cdot X(p)$

De même l'équation (2) donne :  $M \cdot p^2 \cdot X(p) = S \cdot \Sigma(p) - k \cdot X(p) - \lambda \cdot p \cdot X(p) - F_R(p)$

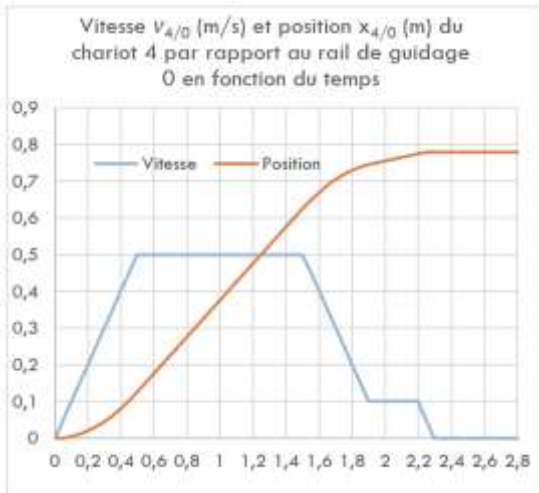
Q2. Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  en fonction de  $p$  la variable de Laplace et des constantes.

Equation (1),  $X(p)$  doit être seul, il faut donc diviser par  $S \cdot p \Leftrightarrow \frac{V}{2 \cdot S} \Sigma(p) = \frac{1}{S \cdot p} Q(p) - X(p)$

$$\Leftrightarrow \Sigma(p) = \frac{2 \cdot S}{V} \left( \frac{1}{S \cdot p} Q(p) - X(p) \right) \Leftrightarrow A_1 = \frac{2 \cdot S}{V} \quad \text{et} \quad A_2 = \frac{1}{S \cdot p}$$

Equation (2),  $\Leftrightarrow X(p) = \frac{1}{M \cdot p^2 + \lambda \cdot p + k} \cdot (S \cdot \Sigma(p) - F_R(p)) \Leftrightarrow A_3 = S \quad \text{et} \quad A_4 = \frac{1}{M \cdot p^2 + \lambda \cdot p + k}$

## EXERCICE 5 : APPLICATIONS DES QUATRE THÉORÈMES DE BASE



- On pilote un système (Robot Cooksee voir cours C6) par la consigne de vitesse  $v_{4/0}$  ci-contre :

Construire, à partir des entrées-test, la fonction  $v_{4/0}$  de  $\mathbb{R}_+$  dans  $\mathbb{R}$  qui à  $t \rightarrow v_{4/0}(t)$  puis donner sa transformée de Laplace  $V_{4/0}(p)$ .

- Donner la fonction temporelle (transformée de Laplace inverse) de  $\Omega(p) = \frac{e^{-3.(p+5)}}{(p+5)} - \frac{2}{(4.p+1)^2}$ .

Le terme en  $(p+5)$  signale la présence d'un amortissement en  $e^{-5.t}$  de la fonction  $\frac{1}{p}$  autrement dit l'échelon  $u(t)$ . Par ailleurs,  $e^{-3.(p+5)}$  indique un retard de 3 s.

On en déduit que  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{e^{-3.(p+5)}}{(p+5)}\right) = e^{-5.(t-3)} \cdot u(t-3)$

Par ailleurs,  $\frac{2}{(4.p+1)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(p+\frac{1}{4})^2}$ .

Nous avons donc affaire à une rampe amortie  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(p+\frac{1}{4})^2}\right) = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{1}{4}.t} \cdot t \cdot u(t)$

La transformée de Laplace de la fonction  $f: t \rightarrow \sin(\omega.t) \cdot u(t)$  est  $F(p) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$ .

Q1. Donner la transformée de Laplace de la fonction  $\tilde{f}: t \rightarrow e^{-a.t} \cdot \sin(\omega.t) \cdot u(t)$ .

$$\tilde{F}(p) = \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$$

Q2. Donner la fonction temporelle  $\check{f}$  qui est la fonction retardée de  $T$  de la fonction  $\tilde{f}$ .

$$\check{f}(t) = \tilde{f}(t-T) = e^{-a.(t-T)} \cdot \sin(\omega.(t-T)) \cdot u(t-T)$$

Q3. Donner la transformée de Laplace de la fonction  $\check{f}$ .

$$\check{F}(p) = \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2} \cdot e^{-T.p}$$

Q4. Calculer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \check{f}(t)$  par le théorème de la valeur finale. Le résultat est-il cohérent ?

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \check{f}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \check{F}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2} = 0. \text{ Résultat cohérent si on prend la limite temporelle.}$$

Q5. Calculer  $\lim_{t \rightarrow 0} \check{f}(t)$  par le théorème de la valeur initiale. Le résultat est-il cohérent ?

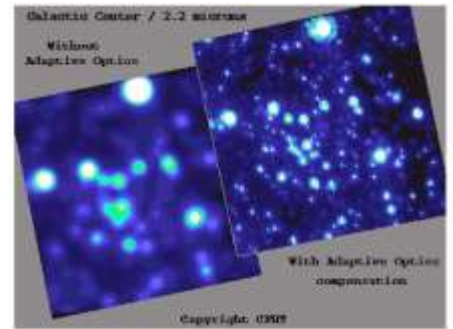
$$\lim_{t \rightarrow 0} \check{f}(t) = \lim_{p \rightarrow +\infty} p \cdot \check{F}(p) = \lim_{p \rightarrow +\infty} p \cdot \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2} = 0. \text{ Résultat cohérent si on prend la limite temporelle.}$$

## EXERCICE 6 : TIP-TILT MIRROR

L'objet de l'étude est un sous-système de correction du miroir tilt (Tip-Tilt Mirror ou TTM) conçu pour le VLT (Very Large Telescope) par le Département de Recherche Spatiale (DESPA) de l'Observatoire de Paris-Meudon.

Le sous-système de correction du miroir tilt est schématisé **figure 2**. Il comprend :

- un système mécanique et le miroir ;
- deux moteurs électriques selon deux axes perpendiculaires ;
- deux capteurs de positions angulaires ;
- un amplificateur convertisseur Tension-Courant ;
- un carte électronique avec correcteurs et comparateurs.



Des essais ont permis de valider des modèles de connaissances et de proposer des modèles de comportements valides. Ainsi :

- Système mécanique et miroir, d'équation  $\theta(t) + \frac{c}{k} \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{J}{k} \cdot \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \frac{1}{k} \cdot c_m(t)$ , avec  $\theta(t)$  angle de rotation,  $c_m(t)$  couple moteur,  $k$  raideur ( $k = 24 \text{ N.m.rad}^{-1}$ ),  $T = \frac{c}{k}$  constante liée à l'amortissement ( $T = 10^{-3} \text{ s}$ ) et  $J$  moment d'inertie ( $J = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ ) ;
- Amplificateur de gain pur  $K_2 = 0,1 \text{ A.V}^{-1}$  ;
- Moteur électrique de gain pur  $K_3 = 1,2 \text{ N.m.A}^{-1}$  alimenté par un courant  $i(t)$  ;
- Capteur de position de gain pur  $K_4 = 4125 \text{ V.rad}^{-1}$  ;
- Correcteur PD (Proportionnel-Dérivé), de constantes  $T_5$  et  $K_5$  et d'équation d'entrée-sortie

$$e_5(t) + T_5 \cdot \frac{de_5(t)}{dt} = \frac{1}{K_5} \cdot s_5(t) ;$$

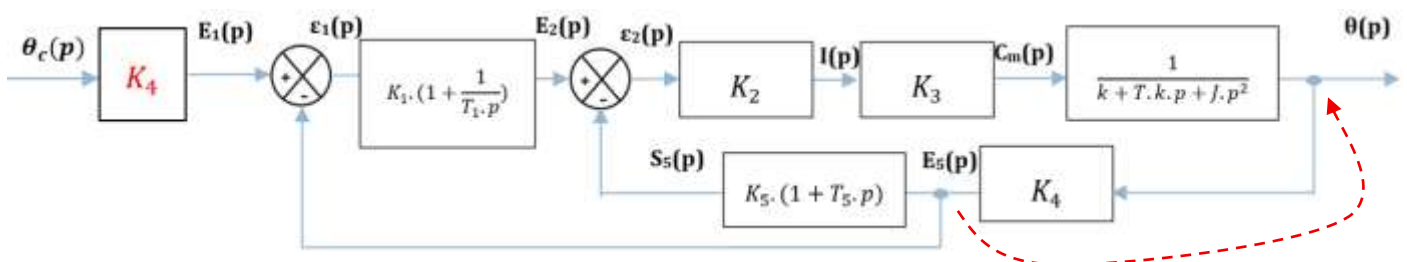
- Correcteur PI (Proportionnel-Intégral), de constantes  $T_1$  et  $K_1$  et d'équation d'entrée-sortie

$$K_1 \cdot (\varepsilon_1(t) + T_1 \cdot \frac{d\varepsilon_1(t)}{dt}) = T_1 \cdot \frac{de_2(t)}{dt}.$$

Q1. Grâce à la figure 2, au schéma-blocs de la question Q2 et aux unités des grandeurs physiques mettre les équations de ses différents composants dans le domaine de Laplace (6 équations attendues).

|                                                                  |                                              |                                                                         |
|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $\theta(p) = \frac{C_m(p)}{k + T \cdot k \cdot p + J \cdot p^2}$ | $I(p) = K_2 \cdot \varepsilon_2(p)$          | $C_m(p) = K_3 \cdot I(p)$                                               |
| $E_5(p) = K_4 \cdot \theta(p)$                                   | $S_5(p) = E_5(p) \cdot K_5(1 + T_5 \cdot p)$ | $E_2(p) = \varepsilon_1(p) \cdot K_1 \cdot (1 + \frac{1}{T_1 \cdot p})$ |

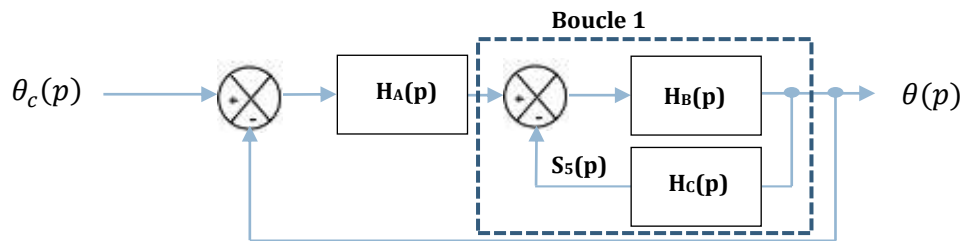
Q2. Compléter le schéma-bloc ci-dessous (blocs et grandeurs physiques).



On a nécessairement  $E_1(p) = K_4 \cdot \theta_c(p)$  afin que  $\varepsilon_1(p)$  soit nul lorsque  $\theta(p) = \theta_c(p)$ .

Par ailleurs, déplaçons la jonction  $E_1(p)$  vers  $\theta(p)$ .

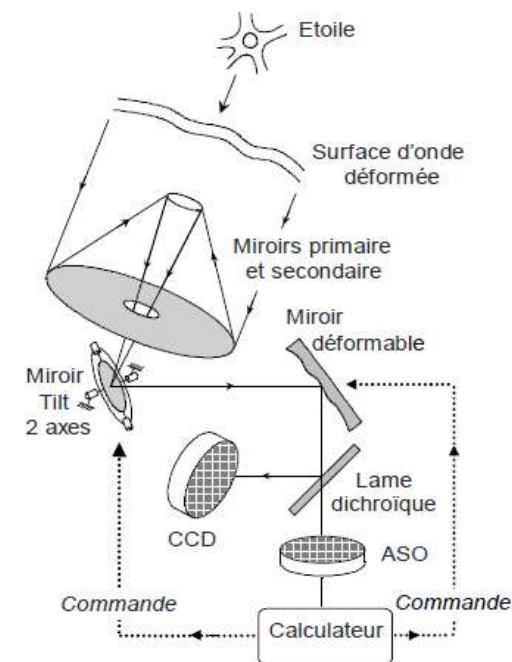
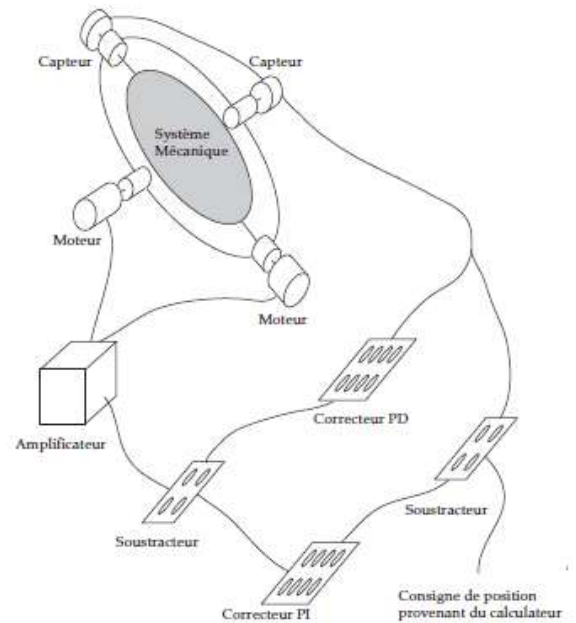
Q3. Indiquer (en rouge) les modifications que vous proposez pour obtenir le schéma-bloc ci-dessous. Vous indiquerez l'expression des fonctions de transfert de chaque bloc.



$$H_A(p) = K_4 \cdot K_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{T_1 \cdot p}\right) \quad ; \quad H_B(p) = \left(\frac{K_2 \cdot K_3}{k + T \cdot k \cdot p + J \cdot p^2}\right) \quad ; \quad H_C(p) = K_4 \cdot K_5 \cdot (1 + T_5 \cdot p)$$

### Annexes :

**Figure 2 :**  
Système de  
correction  
du miroir  
tilt



**Figure 1 : Installation sur un télescope**