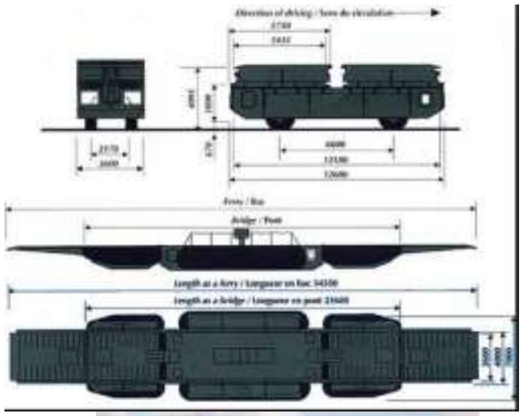
TD 7.2 Engin flottant mobile de franchissement de voie fluviale



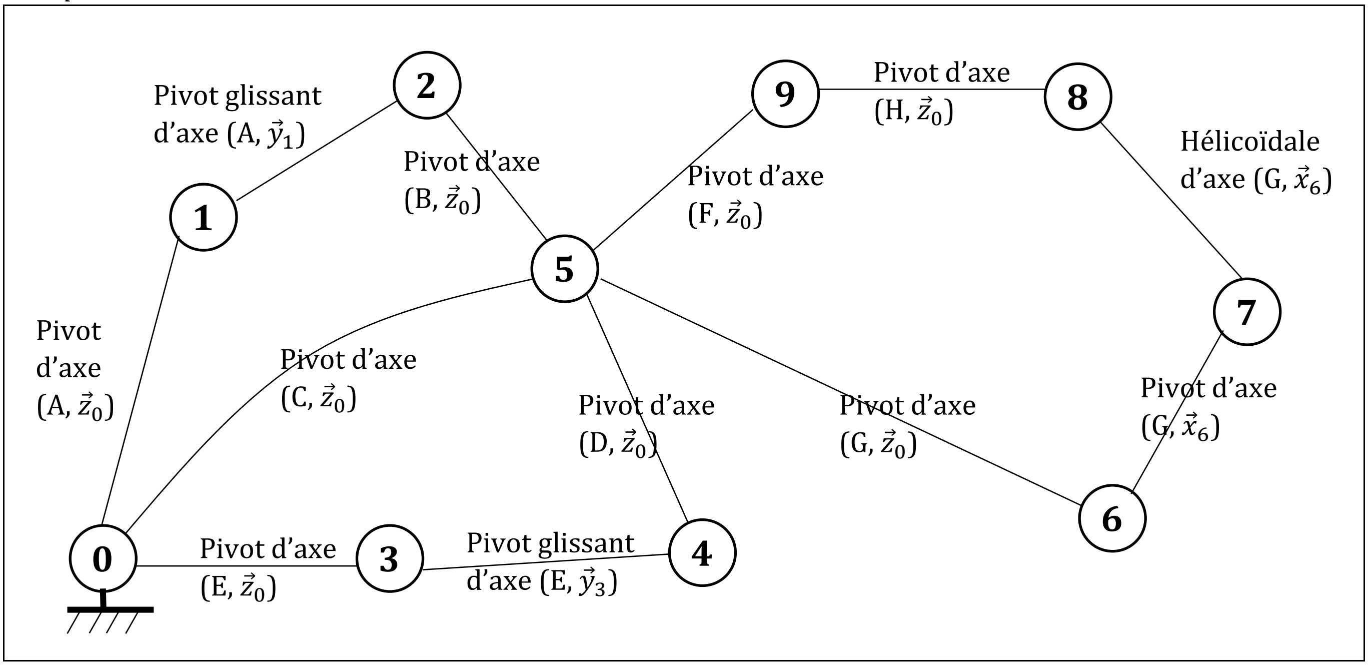
Dans différentes situations de crise, le franchissement des cours d'eau est réalisé en utilisant des véhicules amphibies spécifiques.
Ces véhicules possèdent un poste de conduite et se déplacent de façon terrestre pour accéder aux berges des voies d'eau. Les 3 opérations qui ne doivent pas prendre plus de 10 minutes et qui conduisent à la mise en place d'un pont flottant sont :

① sur la berge, des boudins latéraux sont gonflés pour assurer la flottabilité du pont flottant et des véhicules qui l'emprunteront ;
② Le véhicule s'immerge ;
③ Les passerelles sont déployées en un délai maxi de 30 s (exigences du cahier des charges).

Plusieurs ponts flottants peuvent être accrochés en série pour constituer un pont de plus de 100 mètres de longueur. Chaque pont flottant est motorisé pour se déplacer dans les cours d'eau et contrer les courants.
L'étude proposée porte sur la **vérification des choix d'implantation des actionneurs** conçus pour assurer le déploiement des passerelles visibles pages 6 et 7 (le schéma cinématique est en couleur sur le Drive) :

- le déploiement de la passerelle 5 est réalisé grâce à des **vérins hydrauliques Ve (1+2) et Vi (3+4).**
- Le déploiement de la passerelle 9 est réalisé grâce à un **moteur hydraulique M (6+7)** et un système vis-écrou.

Q1. A partir du schéma cinématique, compléter le graphe de liaison ci-dessous avec les CEC et les liaisons manquantes.

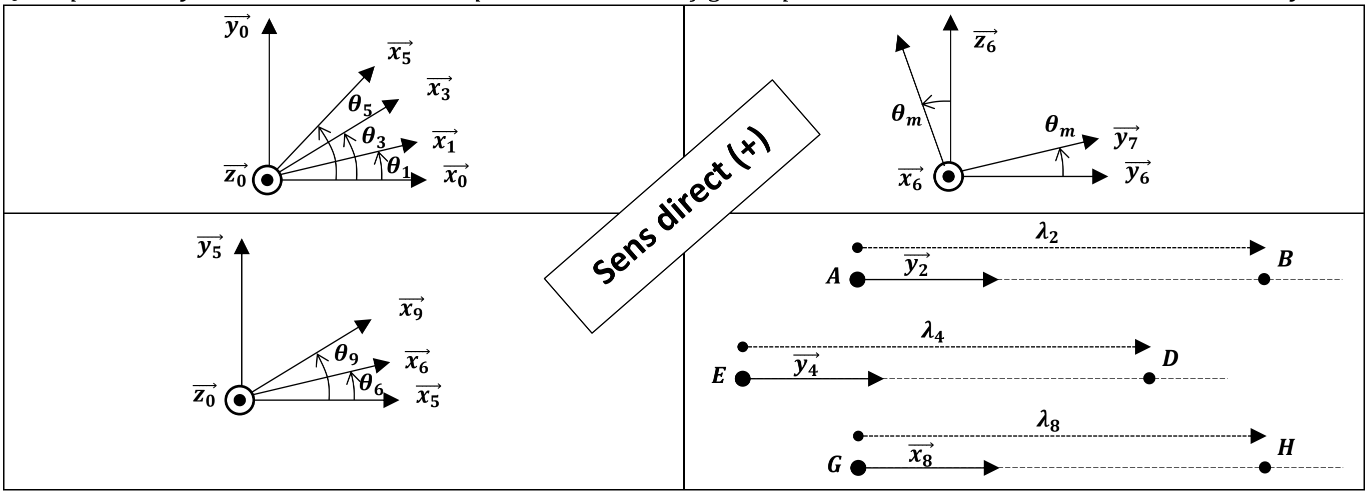


On donne :

$\overrightarrow{AB} = \lambda_2.\vec{y}_2$ $\overrightarrow{ED} = \lambda_4.\vec{y}_4$ $\overrightarrow{GH} = \lambda_8.\vec{x}_8$	$\theta_1 = (\vec{x}_0;\vec{x}_1)$ $\theta_3 = (\vec{x}_0;\vec{x}_3)$ $\theta_5 = (\vec{x}_0;\vec{x}_5)$	$\theta_m = (\vec{y}_6;\vec{y}_7)$ $\theta_9 = (\vec{x}_5;\vec{x}_9)$ $\theta_6 = (\vec{x}_5;\vec{x}_6)$	$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} = d.\vec{x}_5$; $\overrightarrow{AC} = d.\vec{x}_0 + a.\vec{y}_0$ $\overrightarrow{CE} = d.\vec{x}_0 - b.\vec{y}_0$; $\overrightarrow{DG} = d.\vec{x}_5 + e.\vec{y}_5$ $\overrightarrow{DF} = L.\vec{x}_5$; $\overrightarrow{FH} = d.\vec{x}_9$; $\overrightarrow{FK} = L.\vec{x}_9$

TD 7.2 Engin flottant mobile de franchissement de voie fluviale

Q.2. Après analyse du schéma cinématique, construire les figures planes en rotation et en translation de ce système.



Déploiement de la passerelle 9 : $(\theta_9(t=0) = -176°; \theta_9(t=30) = 0°)$

Loi d'entrée-sortie de l'actionneur M et du système vis-écrou de pas à droite p : $\dot{\theta}_m = h(\dot{\theta}_9)$

Q3. Ecrire les 5 torseurs cinématiques participant à la chaîne fermée 5-9-8-7-6-5 (les vitesses de rotation non définies dans l'énoncé seront notées $\overrightarrow{\Omega_{i/j}} = \omega_{ij}.\overrightarrow{vecteur\ directeur}$ vous préciserez le vecteur directeur).

$\{V(6/5)\}$: $_G\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{6/5}} = \dot{\theta}_6.\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(G \in 6/5)} = \vec{0}\end{matrix}\right\}_R$	$\{V(7/6)\}$: $_G\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{7/6}} = \dot{\theta}_m.\overrightarrow{x_6} \\ \overrightarrow{V(G \in 7/6)} = \vec{0}\end{matrix}\right\}_R$	$\{V(8/7)\}$: $_H\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{8/7}} = \omega_{87}.\overrightarrow{x_6} \\ \overrightarrow{V(H \in 8/7)} = \frac{p}{2.\pi}.\omega_{87}.\overrightarrow{x_6}\end{matrix}\right\}_R$
$\{V(9/8)\}$: $_H\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{9/8}} = \omega_{98}.\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(H \in 9/8)} = \vec{0}\end{matrix}\right\}_R$	$\{V(9/5)\}$: $_F\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{9/5}} = \dot{\theta}_9.\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(F \in 6/5)} = \vec{0}\end{matrix}\right\}_R$	

Q4. Ecrire la fermeture cinématique au point H de cette chaîne.

$$\{V(9/5)\} = \{V(9/8)\} + \{V(8/7)\} + \{V(7/6)\} + \{V(6/5)\}$$

Calculs :

- $\overrightarrow{V(H \in 6/5)} = \overrightarrow{V(G \in 6/5)} + \overrightarrow{HG} \wedge \overrightarrow{\Omega_{6/5}} = -\lambda_8.\overrightarrow{x_6} \wedge (\dot{\theta}_6.\overrightarrow{z_0}) = +\lambda_8.\dot{\theta}_6.\overrightarrow{y_6}$
- $\overrightarrow{V(H \in 7/6)} = \overrightarrow{V(G \in 7/6)} = \vec{0}$ *car H est sur l'axe de rotation de 7/6.*
- $\overrightarrow{V(H \in 8/7)} = \frac{p}{2.\pi}.\omega_{87}.\overrightarrow{x_6}$
- $\overrightarrow{V(H \in 9/8)} = \vec{0}$
- $\overrightarrow{V(H \in 9/5)} = \overrightarrow{V(F \in 9/5)} + \overrightarrow{HF} \wedge \overrightarrow{\Omega_{9/5}} = -d.\vec{x}_9 \wedge (\dot{\theta}_9.\overrightarrow{z_0}) = +d.\dot{\theta}_9.\overrightarrow{y_9}$

TD 7.2 Engin flottant mobile de franchissement de voie fluviale

La fermeture cinématique donne l'équation sur les torseurs :

$$\{V(9/5)\} = \{V(9/8)\} + \{V(8/7)\} + \{V(7/6)\} + \{V(6/5)\}$$

Ou encore, en H :

$$_H\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{9/5}} = \dot{\theta}_9.\overrightarrow{z_0} \\ d.\dot{\theta}_9.\overrightarrow{y_9} \end{Bmatrix} = {_H}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{9/8}} = \omega_{98}.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_R + {_H}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{8/7}} = \omega_{87}.\overrightarrow{x_6} \\ \dfrac{p}{2.\pi}.\omega_{87}.\overrightarrow{x_6} \end{Bmatrix}_R + {_H}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{7/6}} = \dot{\theta}_m.\overrightarrow{x_6} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_R + {_H}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{6/5}} = \dot{\theta}_6.\overrightarrow{z_0} \\ \lambda_8.\dot{\theta}_6.\overrightarrow{y_6} \end{Bmatrix}_R$$

Q5. Grâce à la fermeture des vecteurs rotations, donner l'expression de chaque $\overrightarrow{\Omega_{i/j}}$ en fonction de $\dot{\theta}_9, \dot{\theta}_6, \dot{\theta}_m$ et de leurs vecteurs directeurs.

La fermeture sur les vecteurs rotations donne l'équation vectorielle :

$$\overrightarrow{\Omega_{9/5}} = \overrightarrow{\Omega_{9/8}} + \overrightarrow{\Omega_{8/7}} + \overrightarrow{\Omega_{7/6}} + \overrightarrow{\Omega_{6/5}}$$

$$\dot{\theta}_9.\overrightarrow{z_0} = \omega_{98}.\overrightarrow{z_0} + \omega_{87}.\overrightarrow{x_6} + \dot{\theta}_m.\overrightarrow{x_6} + \dot{\theta}_6.\overrightarrow{z_0}$$

On en déduit les 2 équations scalaires $\begin{cases} \omega_{98} = \dot{\theta}_9 - \dot{\theta}_6 \\ \omega_{87} = -\dot{\theta}_m \end{cases}$

Q6. La fermeture géométrique de cette chaîne donne la relation $\theta_6 = arctan\left(\frac{d.\sin(\theta_9) - e}{d.(1-\cos(\theta_9)-L}\right)$ et la variation de θ_6 est faible autour de 0°. L'arctan est donc définie. Grâce à la fermeture sur les vitesses de déplacement, donner l'expression $\dot{\theta}_m = h(\dot{\theta}_9, \theta_9)$.

La fermeture sur les vecteurs vitesse donne l'équation vectorielle :

$$\overrightarrow{V(H \in 9/5)} = \overrightarrow{V(H \in 9/8)} + \overrightarrow{V(H \in 8/7)} + \overrightarrow{V(H \in 7/6)} + \overrightarrow{V(H \in 6/5)}$$

$$d.\dot{\theta}_9.\overrightarrow{y_9} = -\frac{p}{2.\pi}.\dot{\theta}_m.\overrightarrow{x_6} + \lambda_8.\dot{\theta}_6.\overrightarrow{y_6}$$

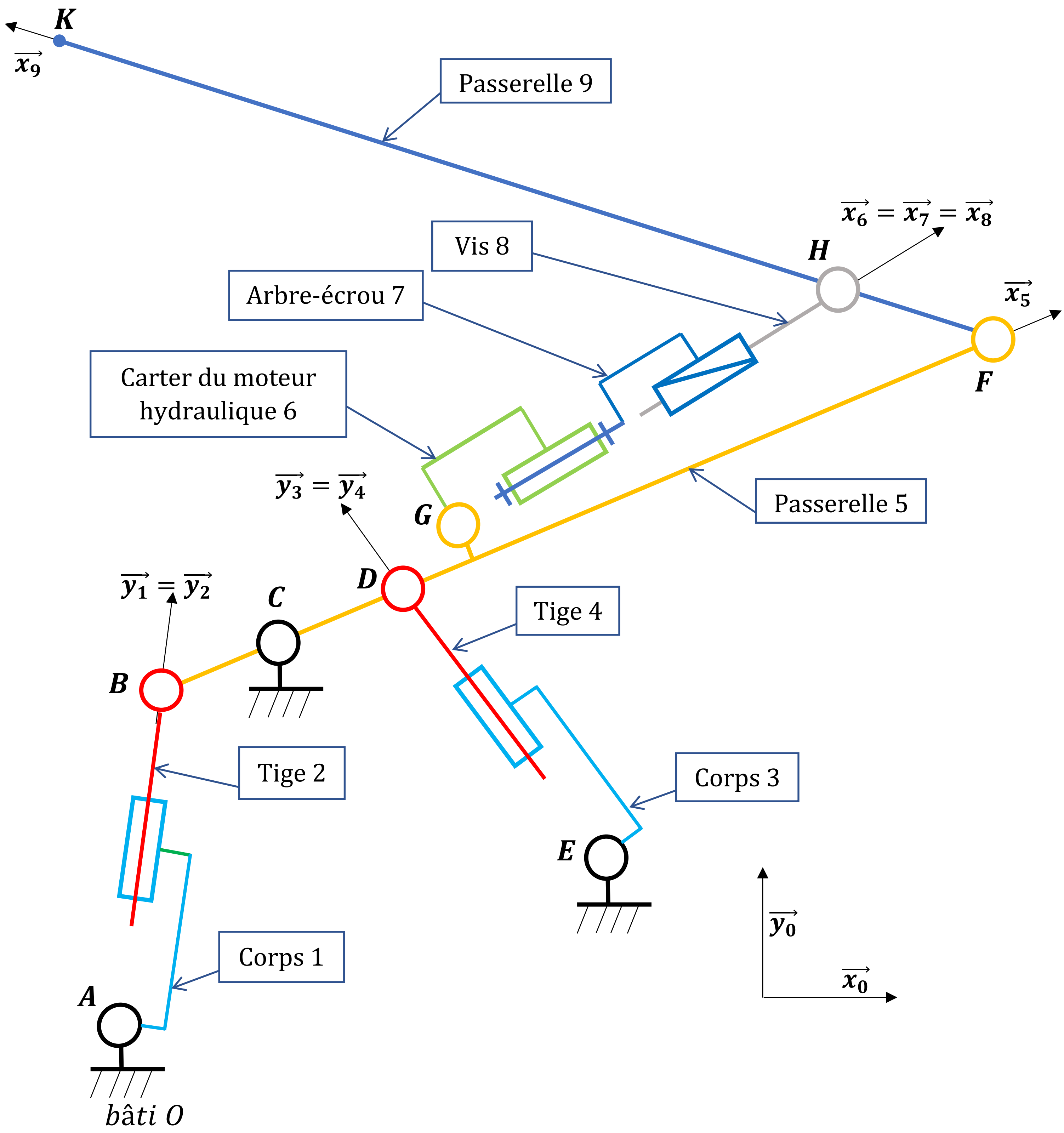
En projetant sur $\overrightarrow{x_6}$, il vient : $-d.\dot{\theta}_9.\sin(\theta_9 - \theta_6) = -\frac{p}{2.\pi}.\dot{\theta}_m$.

Et finalement, $$\boldsymbol{\dot{\theta}_m = \frac{2.\pi.d}{p}.\dot{\theta}_9.\sin\left(\theta_9 - arctan\left(\frac{d.\sin(\theta_9) - e}{d.(1-\cos(\theta_9)-L}\right)\right)}$$

TD 7.2 Engin flottant mobile de franchissement de voie fluviale

Annexe

$\overrightarrow{AB} = \lambda_2.\vec{y}_2$ $\overrightarrow{ED} = \lambda_4.\vec{y}_4$ $\overrightarrow{GH} = \lambda_8.\vec{x}_8$	$\theta_1 = (\vec{x}_0;\vec{x}_1)$ $\theta_3 = (\vec{x}_0;\vec{x}_3)$ $\theta_5 = (\vec{x}_0;\vec{x}_5)$	$\theta_m = (\vec{y}_6;\vec{y}_7)$ $\theta_9 = (\vec{x}_5;\vec{x}_9)$ $\theta_6 = (\vec{x}_5;\vec{x}_6)$	$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} = d.\vec{x}_5$; $\overrightarrow{AC} = d.\vec{x}_0 + a.\vec{y}_0$ $\overrightarrow{CE} = d.\vec{x}_0 - b.\vec{y}_0$; $\overrightarrow{DG} = d.\vec{x}_5 + e.\vec{y}_5$ $\overrightarrow{DF} = L.\vec{x}_5$; $\overrightarrow{FH} = d.\vec{x}_9$; $\overrightarrow{FK} = L.\vec{x}_9$



TD 7.2 Engin flottant mobile de franchissement de voie fluviale

$(d = 0{,}2\ m\ ;\ a = 1\ m\ ;\ b = 0{,}8\ m\ ;\ e = 0{,}21\ m)$

Q7. Calculer la vitesse du point K de 9 par rapport à 0 par dérivation.

C'est la dérivée du vecteur $\overrightarrow{CK} = (L + d).\vec{x}_5 + L.\vec{x}_9$ par rapport au repère R_0.

$$\overrightarrow{V(K \in 9/0)} = \frac{d}{dt}(L + d).\vec{x}_5 + L.\vec{x}_9|_0$$

$$= \left[\frac{d}{dt}(L + d).\vec{x}_5|_5 + \overrightarrow{\Omega_{5/0}} \wedge (L + d).\vec{x}_5\right] + \left[\frac{d}{dt}L.\vec{x}_9|_9 + \overrightarrow{\Omega_{9/0}} \wedge L.\vec{x}_9\right]$$

$$= (L + d).\overrightarrow{\Omega_{5/0}} \wedge \vec{x}_5 + L.\overrightarrow{\Omega_{9/0}} \wedge \vec{x}_9$$

$$= (L + d).\dot{\theta}_5.\overrightarrow{z_0} \wedge \vec{x}_5 + L.(\dot{\theta}_9 + \dot{\theta}_5).\overrightarrow{z_0} \wedge \vec{x}_9$$

$$\overrightarrow{V(K \in 9/0)} = (L + d).\dot{\theta}_5.\vec{y}_5 + L.(\dot{\theta}_9 + \dot{\theta}_5).\vec{y}_9$$

Q8. Calculer l'accélération du point K de 9 par rapport à 0.

$$\overrightarrow{\Gamma(K \in 9/0)} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{V(K \in 9/0)}\Big|_0$$

$$= \frac{d}{dt}\left[(L + d).\dot{\theta}_5.\vec{y}_5 + L.(\dot{\theta}_9 + \dot{\theta}_5).\vec{y}_9\right]\Big|_0$$

$$= \left[\frac{d}{dt}\left[(L + d).\dot{\theta}_5.\vec{y}_5\right]\Big|_5 + \overrightarrow{\Omega_{5/0}} \wedge (L + d).\dot{\theta}_5.\vec{y}_5\right] + \left[\frac{d}{dt}\left[L.(\dot{\theta}_9 + \dot{\theta}_5).\vec{y}_9\right]\Big|_9 + \overrightarrow{\Omega_{9/0}} \wedge L.(\dot{\theta}_9 + \dot{\theta}_5).\vec{y}_9\right]$$

$$\overrightarrow{\Gamma(K \in 9/0)} = \left[(L + d).\ddot{\theta}_5.\vec{y}_5 - (L + d).\dot{\theta}_5{}^2.\vec{x}_5\right] + \left[L.(\ddot{\theta}_9 + \ddot{\theta}_5).\vec{y}_9 - L.(\dot{\theta}_9 + \dot{\theta}_5)^2.\vec{x}_9\right]$$