TD 9 Engin flottant

Déploiement de la passerelle 5 ($\boldsymbol{\theta_5(t=0)=0°;\theta_5(t=30)=180°}$)

Loi d'entrée-sortie de l'actionneur Vi : $\boldsymbol{\lambda_4 = f(\theta_5)}$

Q1. Ecrire une fermeture géométrique qui permette d'obtenir le modèle géométrique inverse (MGI) $\lambda_4 = f(\theta_5)$

On a la fermeture géométrique suivante : $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \lambda_4.\vec{y}_4 = -d.\vec{x}_0 + b.\vec{y}_0 + d.\vec{x}_5$

Et, comme $\vec{x}_5 = \cos(\theta_5).\vec{x}_0 + \sin(\theta_5).\vec{y}_0$ (**ne pas projeter $\boldsymbol{\vec{y}_4}$**)

On en déduit une relation exprimée dans deux bases :

$$\lambda_4.\vec{y}_4 = (-d + d.\cos(\theta_5)).\vec{x}_0 + (b + d.\sin(\theta_5)).\vec{y}_0$$

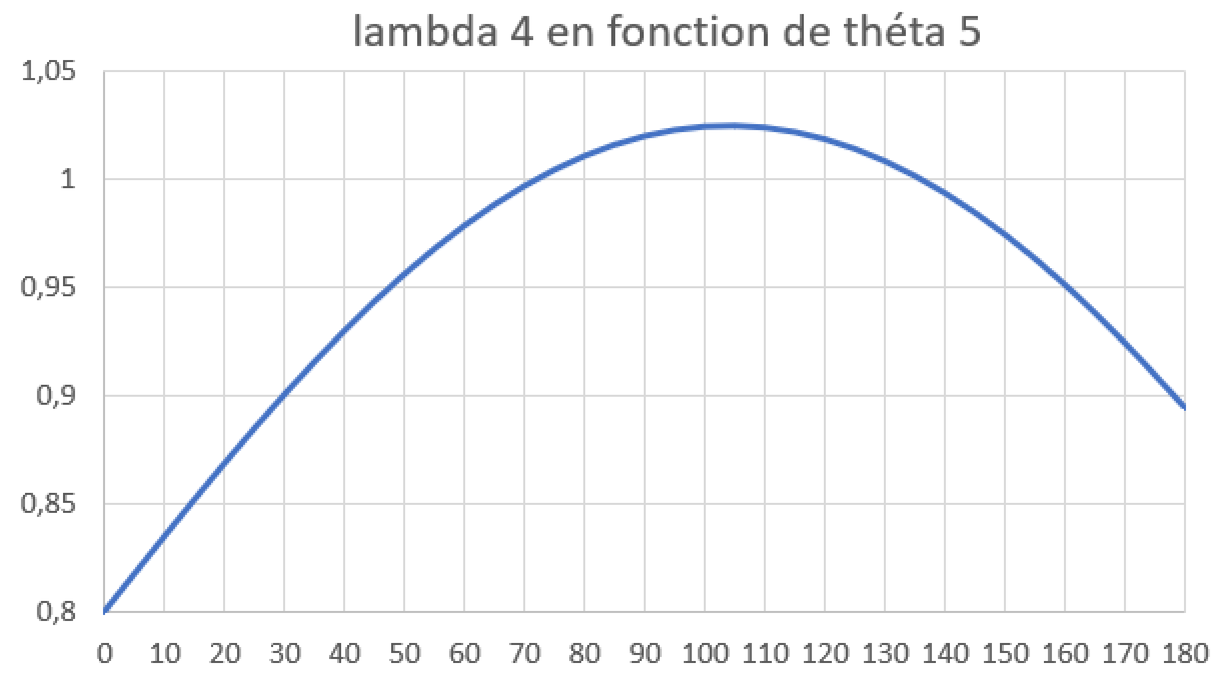
Le calcul de la norme donne :

$${\lambda_4}^2 = (-d + d.\cos(\theta_5))^2 + (b + d.\sin(\theta_5))^2$$

Finalement, le MGD est :

$$\lambda_4 = \sqrt{(-d + d.\cos(\theta_5))^2 + (b + d.\sin(\theta_5))^2}$$

Courbe représentative pour $0 \le \theta_5 \le 180$ $(avec\ d = 0{,}2\ m\ et\ b = 0{,}8\ m)$.



Q2. La courbe obtenue présente un maximum noté ($\theta_{5i\,crit}$; $\lambda_{4\,crit}$). En analysant le schéma cinématique, indiquer à quelle configuration particulière correspond $\theta_{5i\,crit}$. Montrer que la fermeture géométrique peut aussi s'écrire :

$\cos(\theta_5 + \varphi_i) = \frac{\lambda_4^2 - 2.d^2 - b^2}{-2.d.\sqrt{d^2+b^2}}$ *et préciser les valeurs de $\lambda_{4\,crit}$; $\theta_{5i\,crit}$ et φ_i.*

Ce maximum correspond à l'alignement des points (dans l'ordre) E, C et B. La tige ne peut pas sortir davantage et $\theta_5 \approx 105°$ $(la\ passerelle\ 5\ a\ fait\ plus\ d'un\ quart\ de\ tour)$.

Le calcul de la norme de la question Q1 donne : $\lambda_4^2 - 2.d^2 - b^2 = -2.d.(d.\cos(\theta_5) - b.\sin(\theta_5))$

$$\Leftrightarrow \lambda_4^2 - 2.d^2 - b^2 = -2.d.\sqrt{d^2+b^2}.\left(\frac{d}{\sqrt{d^2+b^2}}.\cos(\theta_5) - \frac{b}{\sqrt{d^2+b^2}}.\sin(\theta_5)\right)$$

$$\Leftrightarrow \lambda_4^2 - 2.d^2 - b^2 = -2.d.\sqrt{d^2+b^2}.\cos(\theta_5 + \varphi_i) \quad avec \quad \varphi_i = \arctan\left(\frac{b}{d}\right)$$

Et $\varphi_i = 1{,}326\ rad\ (75{,}96°)$

Lorsque les points sont alignés, on a $\lambda_{4\,crit} = \sqrt{d^2+b^2} + d = 1{,}024\ m\ (voir\ schéma\ cinématique)$ et en remplaçant dans la relation donnée dans l'énoncé, on a $\cos(\theta_{5i\,crit} + \varphi_i) = -1$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\theta_{5i\,crit} + \varphi_i = \pi}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\theta_{5i\,crit} = \pi - \varphi_i} \quad (180 - 75{,}96 = 104{,}04°)$$

Q3. Considérant le domaine de variation de θ_5, quelle précaution doit-on prendre pour avoir le modèle géométrique inverse (MGI) $\theta_5 = f^{-1}(\lambda_4)$? Préciser cette relation.

La fonction arccos renvoie des valeurs dans l'intervalle$[0;\pi]$. Il faut donc vérifier que $\theta_5 + \varphi_i$ est dans cette intervalle, ce qui est le cas jusqu'à $\theta_5 = \theta_{5i\,crit}$.

$$\theta_5 = arccos\left(\frac{\lambda_4^2 - 2.d^2 - b^2}{-2.d.\sqrt{d^2+b^2}}\right) - \varphi_i \quad pour\ \lambda_4 \leq \lambda_{4\,crit}$$

La présence de cette singularité géométrique crée une incertitude sur la suite du mouvement de la passerelle 5. En effet, après $\theta_5 = \theta_{5i\,crit}$, la tige du vérin **Vi** doit re-rentrer mais on ne sait pas si la passerelle 5 va continuer dans les θ_5 croissants ou décroissants. *En effet, la fonction f n'est pas une bijection et certains λ_4 ont deux antécédents* θ_5. Cette singularité justifie la présence du vérin **Ve** qui, par la sortie de sa tige, va imposer que θ_5 continue de croître. La rotation de la passerelle 5 est donc dans un premier temps, pour $\theta_5 < \theta_{5i\,crit}$, contrôlée par le vérin **Vi** (phase de sortie de la tige 4) puis dans un second temps (avant que $\theta_5 = \theta_{5i\,crit}$), contrôlée par le vérin **Ve** (phase de sortie de la tige 1).

Loi d'entrée-sortie de l'actionneur Ve : $\boldsymbol{\lambda_2 = g(\theta_5)}$

Q4. Ecrire une fermeture géométrique qui permette d'obtenir le modèle géométrique inverse (MGI) $\lambda_2 = g(\theta_5)$

On a la fermeture géométrique suivante : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \lambda_2.\vec{y}_2 = d.\vec{x}_0 + a.\vec{y}_0 - d.\vec{x}_5$

Même raisonnement que précédemment :

$$\lambda_2.\vec{y}_1 = (d - d.\cos(\theta_5)).\vec{x}_0 + (a - d.\sin(\theta_5)).\vec{y}_0$$

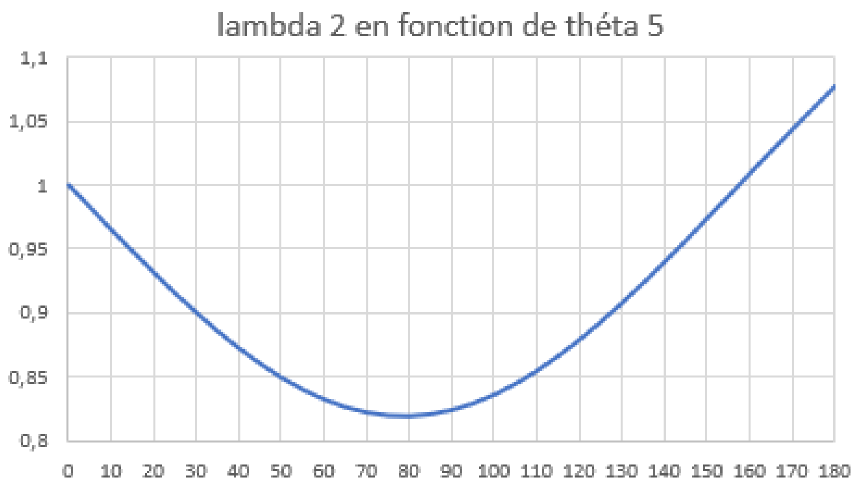
Le calcul de la norme donne :

$$\lambda_2{}^2 = (d - d.\cos(\theta_5))^2 + (a - d.\sin(\theta_5))^2$$

Finalement, le MGD est :

$$\lambda_2 = \sqrt{(d - d.\cos(\theta_5))^2 + (a - d.\sin(\theta_5))^2}$$

Courbe représentative pour $0 \leq \theta_5 \leq 180°$ $(avec\ d = 0{,}2\ m\ et\ a = 1\ m)$.



Q5. La courbe obtenue présente un minimum noté ($\theta_{5e\,crit}$; $\lambda_{2\,crit}$). *En analysant le schéma cinématique, indiquer à quelle configuration particulière correspond* $\theta_{5e\,crit}$. *Calculer* $\lambda_{2\,crit}$ *et donner un ordre de grandeur de* $\theta_{5e\,crit}$ *(lecture de la courbe).*

Ce minimum correspond à l'alignement des points (dans l'ordre) A, B et C. La tige 1 ne peut pas rentrer davantage et $\theta_5 \approx 80°$ ($la\ passerelle\ 5\ a\ fait\ moins\ d'un\ quart\ de\ tour$).

Lorsque les points sont alignés, on a $\lambda_{2\,crit} = \sqrt{d^2+a^2} - d = 0{,}82\ m\ (voir\ schéma\ cinématique)$

Q6. Quelle condition faut-il imposer à $\theta_{5i\,crit}$ et $\theta_{5e\,crit}$ pour que le déploiement de la passerelle 5 soit maîtrisé ? Est-ce vérifié ? ***Conclure sur le choix d'implantation des actionneurs Vi et Ve.***

Pour que la passerelle 5 soit déployée de façon maîtrisée, il faut que les angles critiques vérifient :

$$\theta_{5e\,crit} < \theta_{5i\,crit}$$
$$(avec\ une\ marge\ de\ sécurité\ pour\ qu'il\ y\ ait\ chevauchement\ des\ plages\ de\ pilotage)$$

Le chevauchement est de l'ordre de 25° $(\theta_{5i\,crit} - \theta_{5e\,crit})$. Le choix d'implantation des actionneurs Vi et Ve est satisfaisant.

Q7. Préciser la relation du modèle géométrique inverse (MGI) $\theta_5 = g^{-1}(\lambda_2)$ en prenant les précautions nécessaires au vu du domaine de variation de θ_5. Vous préciserez $\theta_{5e\,crit}$ et l'angle φ_e (par analogie avec la Q5).

Un calcul similaire à *Q2* donne :

$$\lambda_2^2 - 2.d^2 - a^2 = -2.d.\sqrt{d^2+a^2}.\left(\frac{d}{\sqrt{d^2+a^2}}.\cos(\theta_5) + \frac{a}{\sqrt{d^2+a^2}}.\sin(\theta_5)\right)$$
$$\Leftrightarrow \cos(\theta_5 - \varphi_e) = \frac{\lambda_2^2 - 2.d^2 - a^2}{-2.d.\sqrt{d^2+a^2}} \quad avec\ \ \varphi_e = \arctan\left(\frac{a}{d}\right)\ \ et\ \ \varphi_e = 78{,}69°$$

Lorsque les points sont alignés, on a $\lambda_{2\,crit} = \sqrt{d^2+a^2} - d = 0{,}82\ m$ $(voir\ schéma\ cinématique)$ et en remplaçant dans la relation ci-dessus, on a $\cos(\theta_{5e\,crit} - \varphi_e) = 1$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\theta_{5e\,crit} - \varphi_e = 0}$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\theta_{5e\,crit} = \varphi_e} \quad (78{,}69°)$$

La fonction arccos renvoie des valeurs dans l'intervalle $[0;\pi]$. Il faut donc vérifier que $\theta_5 - \varphi_e$ est dans cette intervalle, ce qui est le cas pour $\theta_5 \geq \theta_{5e\,crit}$ $(\theta_5\ croissant)$.

$$\theta_5 = Arccos\left(\frac{\lambda_2^2 - 2.d^2 - a^2}{-2.d.\sqrt{d^2+a^2}}\right) + \varphi_e \quad pour\ \lambda_2 \geq \lambda_{2\,crit}$$

Remarque : il existe un autre point critique pour l'alignement *A, C, B* mais $\theta_5 = 180°$ est atteint avant.