

DS de S.I n°2 MPSI Dossier

1. Questions de cours de cinématique

2. Quille pendulaire - Cinématique

Contexte

La conception des voiliers de course utilise toutes les évolutions récentes afin d'améliorer performances et sécurité.

Le comportement dynamique d'un voilier est conditionné par ses interactions avec les deux fluides avec lesquels il entre en contact : l'air et l'eau. Il reçoit de l'énergie sous la forme des actions aérodynamiques dues au mouvement relatif air/voiles. Ces actions mécaniques le font avancer et provoquent son inclinaison autour de son axe longitudinal (axe de direction \vec{z}_N sur la Figure 1). C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille (fixe sur les voiliers classiques Figure 2) joue le rôle de contrepoids. Cette quille est généralement constituée d'un voile immergé dans l'eau à l'extrémité duquel se trouve un lest profilé. L'efficacité de la quille dépend de la masse du lest et de la longueur du voile. Ces deux paramètres présentent des limitations : le lest ne peut être trop important sous peine de solliciter dangereusement le voile de quille et la longueur de quille est limitée par le tirant d'eau maximal admissible.

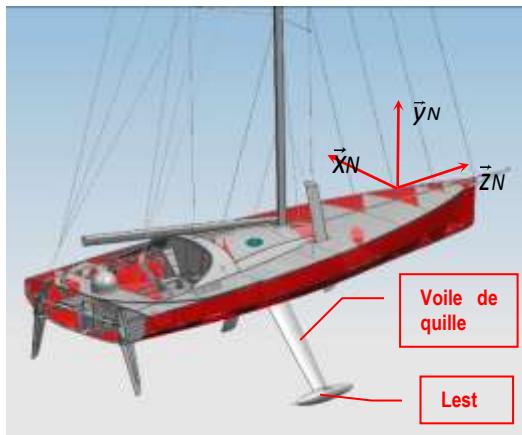


Figure 1 : Voilier 60' IMOCA – Image Cabinet Finot-Conq

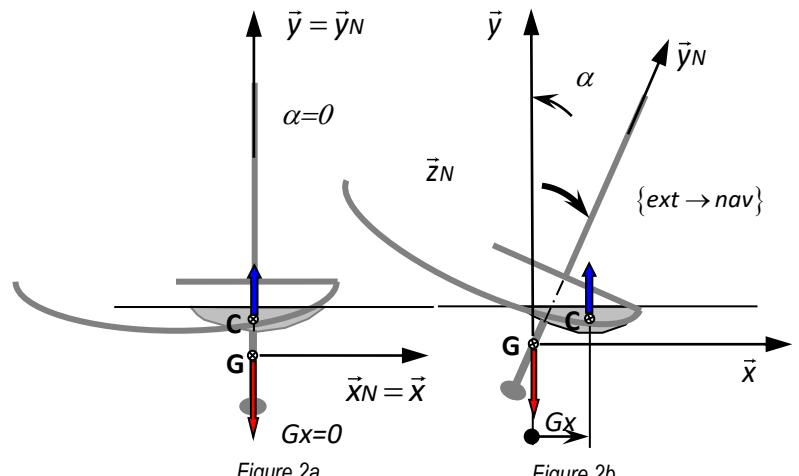


Figure 2 : poussée d'Archimède et pesanteur.

Les efforts dus à l'eau sur le bateau sont modélisés par une force verticale ascendante appliquée au point C (nommé centre du volume immergé au centre de carène). Par ailleurs, le poids de l'ensemble est modélisé par une force verticale descendante appliquée en G (centre de gravité du bateau). Lors de la gîte (angle α) du voilier, la distance Gx augmente et crée une action mécanique (on parle de couple de redressement **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**) qui tend à redresser le voilier pour le ramener à l'état 2a.

Intérêt d'une quille pendulaire

L'étude proposée s'intéresse à une quille pendulaire pilotée, équipant un monocoque 60' IMOCA. Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire mobile (Figure 3 et Figure 4). Celle-ci permet d'augmenter notablement le couple de redressement et donc d'envoyer plus de voiles.



Figure 3 : Voilier avec sa quille pendulaire écartée au maximum sur « bâbord »

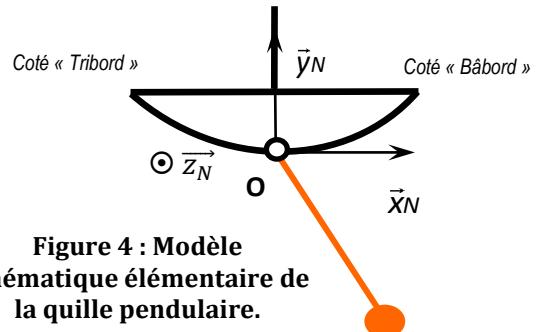


Figure 4 : Modèle cinématique élémentaire de la quille pendulaire.

Vérification de certains éléments issus du diagramme d'exigence

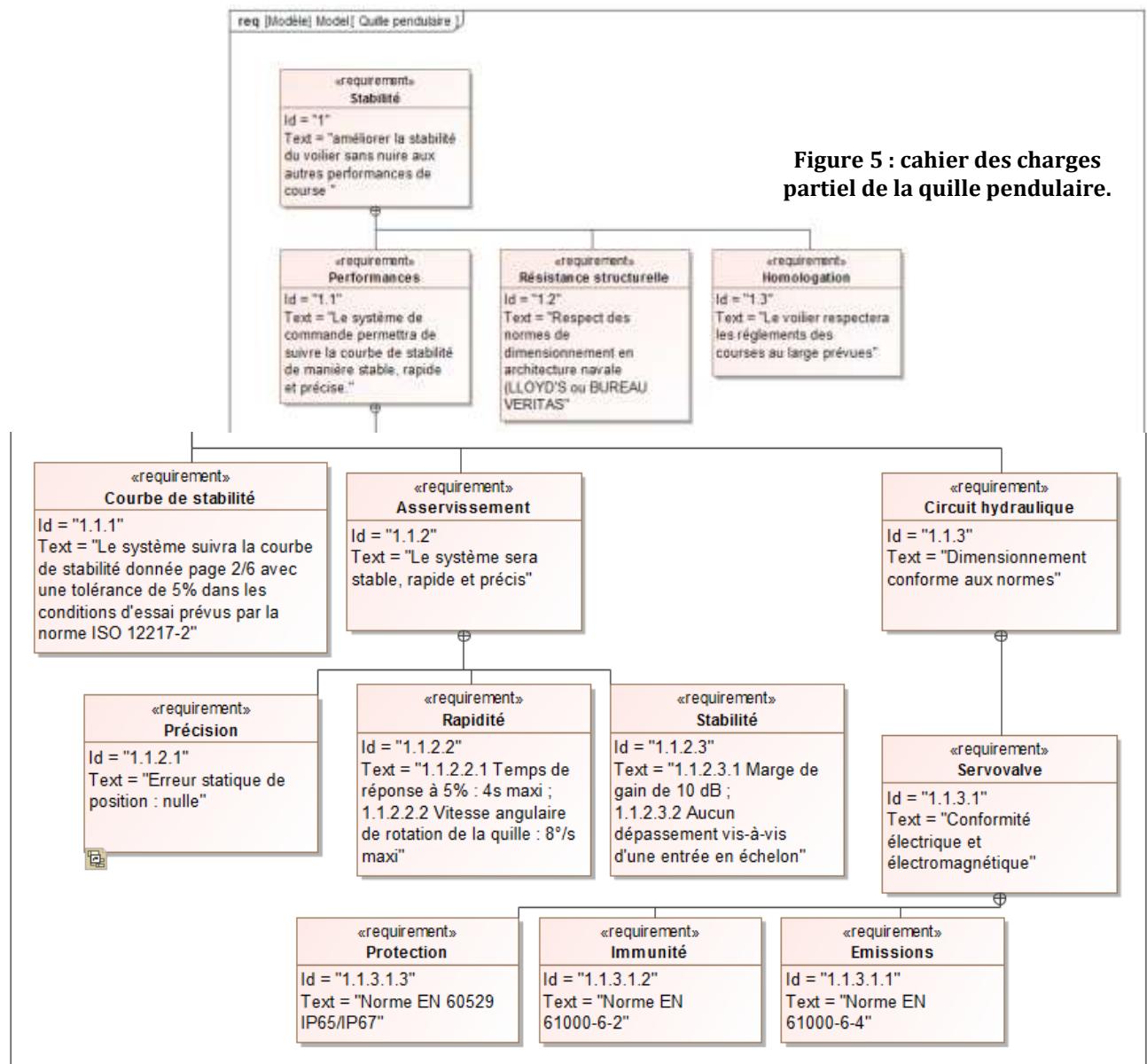


Figure 5 : cahier des charges partiel de la quille pendulaire.

Modélisation cinématique du mécanisme

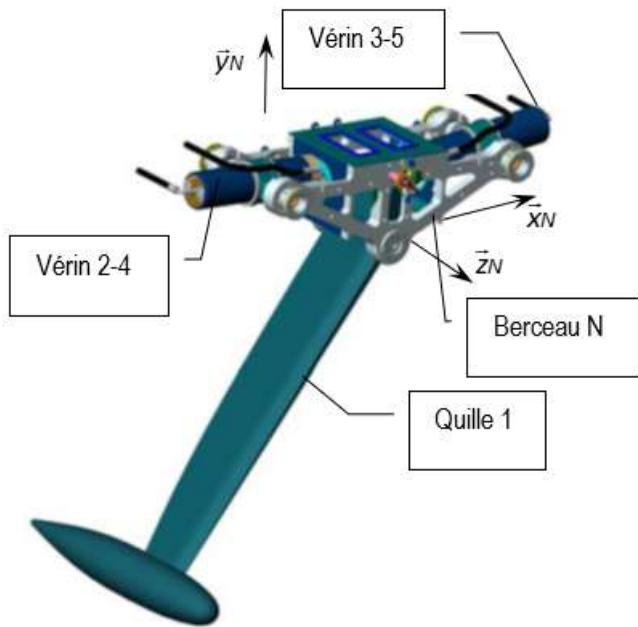


Figure A1 :
Modèle à trois
dimensions (3D) de
l'ensemble

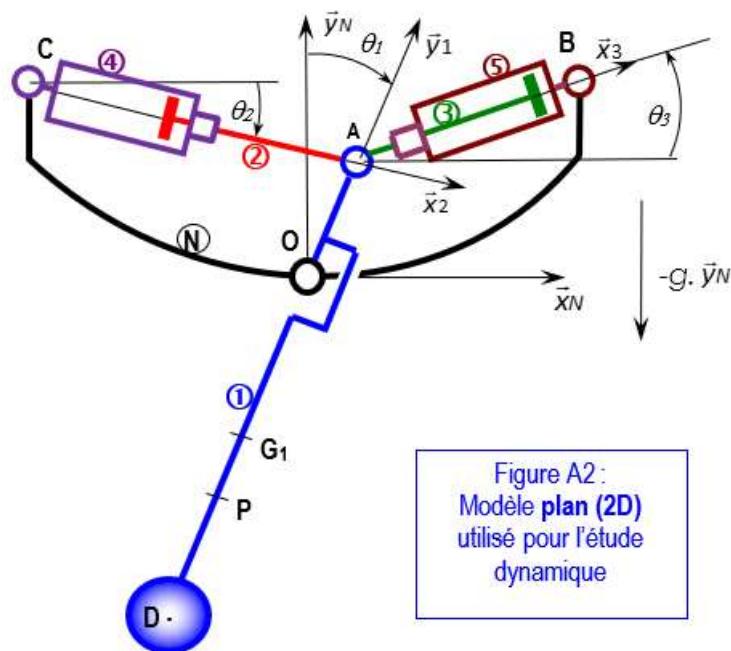


Figure A2 :
Modèle plan (2D)
utilisé pour l'étude
dynamique

Paramétrage des angles : $\theta_i = (\vec{x}_N; \vec{x}_i)$
Bases identiques : $B_3 = B_5$ et $B_2 = B_4$

Repère lié à la coque $R_N = (O, \vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$

Géométrie :

$$\overrightarrow{OA} = a \cdot \vec{y}_1 ; \quad \overrightarrow{OB} = b \cdot \vec{x}_N + c \cdot \vec{y}_N$$

$$\overrightarrow{OD} = -d \cdot \vec{y}_1$$

$$\overrightarrow{CA} = \lambda_2(t) \cdot \vec{x}_2$$

$$\overrightarrow{AB} = \lambda_3(t) \cdot \vec{x}_3$$

Remarque : Les liaisons entre les corps et les tiges des vérins seront modélisées par des glissières pour l'ensemble du document Réponses.

3. Quille pendulaire – Asservissement

Modélisation du vérin

Lors d'un déplacement de la quille, les mouvements d'oscillation du cylindre de vérin par rapport à la coque étant de faible amplitude et s'effectuant à de faibles vitesses, on se place dans une situation où le corps de vérin est considéré comme fixe. La tige est alors considérée en mouvement de translation galiléen. On considère également que les mouvements étudiés sont de petits mouvements autour d'une position moyenne et que l'hypothèse des conditions initiales nulles est valide. Dans ces conditions, le comportement du vérin est défini par le modèle continu ci-dessous figure 12.

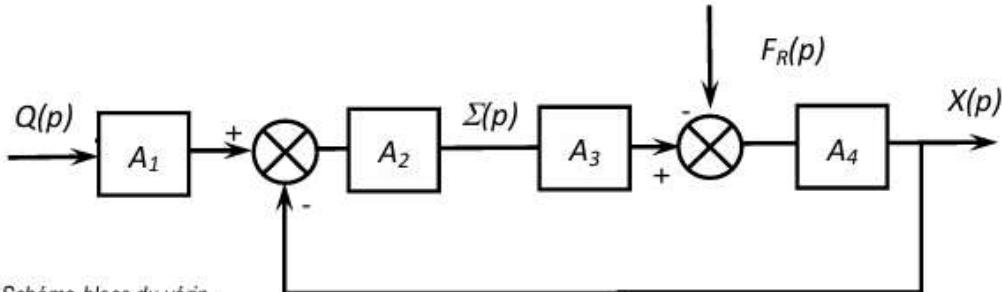


Figure 12 : Schéma-blocs du vérin.

$$(a) q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \cdot \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

$$(b) M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \lambda \cdot \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$$

1 : Variable temporelle ; **2** : Transformée de Laplace correspondante.

1	Définition (unité)	2	1	Définition (unité)	2
$q(t)$	Débit d'alimentation du vérin ($m^3 \cdot s^{-1}$)	$Q(p)$	$f_R(t)$	Composante selon l'axe de la tige de vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille. (N)	$F_R(p)$
$\sigma(t)$	Différence de pression entre les deux chambres du vérin (Pa)	$\Sigma(p)$			
$x(t)$	Position de la tige du vérin (m)	$X(p)$			

Constantes : Définitions et unités (N.B. : toutes ces constantes sont positives)

S	Section du vérin (m^2)	M	Masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenée sur la tige de vérin (kg)
k	Raideur mécanique du vérin ($N \cdot m^{-1}$)		
V	Volume d'huile de référence (m^3)		
B	Coefficient de compressibilité de l'huile ($N \cdot m^{-2}$)	λ	Coefficient de frottements visqueux ($N \cdot m^{-1} \cdot s$)

Modélisation de l'asservissement de la position angulaire $\theta(t)$ ($= \theta_1(t)$ de la partie cinématique) de la quille.

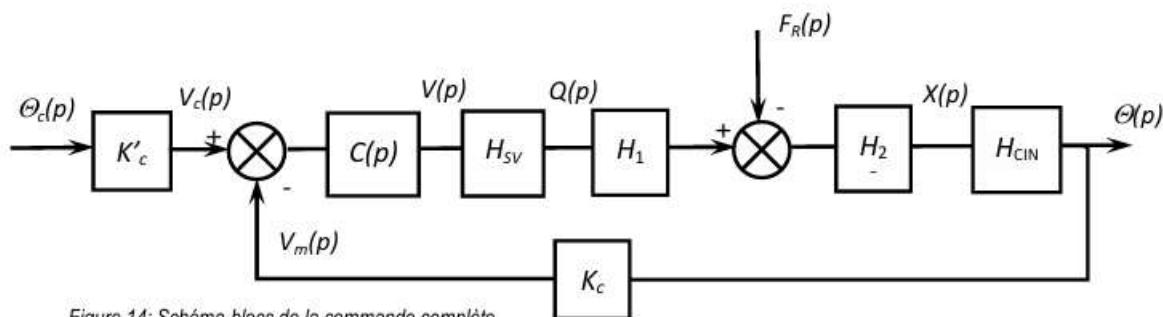


Figure 14: Schéma-blocs de la commande complète.

Variable temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$\theta_c(t)$	Consigne de position angulaire ($^{\circ}$)	$\Theta_c(p)$
$\theta(t)$	Position angulaire de la quille ($^{\circ}$)	$\Theta(p)$
$v(t)$	Tension de commande de la servovalve (V)	$V(p)$
$v_c(t)$	Tension image de la consigne (V)	$V_c(p)$
$v_m(t)$	Tension image de la position. (V)	$V_m(p)$

Fonctions de transfert : définitions (unité)	
K_c	Gain du capteur angulaire potentiométrique (V/ $^{\circ}$)
$K'c$	Gain du bloc d'adaptation réglé tel que $K'c = K_c = 1,1$ V/ $^{\circ}$
$C(p)$	Correcteur de position
H_{CIN}	Fonction de transfert de la chaîne de transformation de mouvement dont la loi d'entrée/sortie est supposée linéaire dans le domaine d'utilisation. $H_{CIN} = K_\theta$ ($^{\circ} \cdot m^{-1}$)
H_{sv}	Fonction de transfert de la servovalve

Servovalve : Evolution du débit $q(t)$ et fonction de la tension d'alimentation $v(t)$ de la servovalve

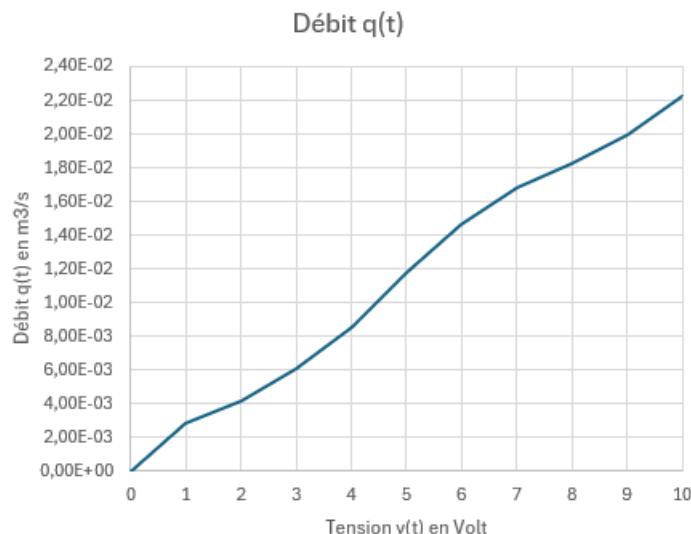


Figure 15 : Servovalve

La servovalve est un composant hydraulique permettant de distribuer (c'est donc le pré-actionneur de la chaîne d'énergie de la quille pendulaire), selon son pilotage électrique, de l'énergie hydraulique au vérin.

