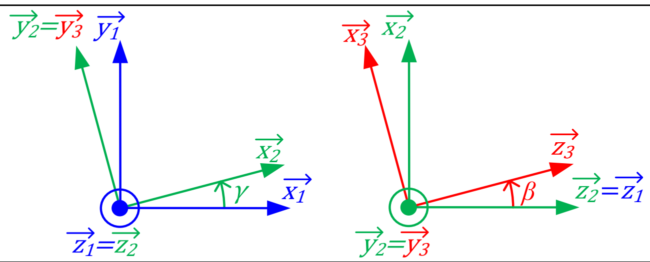
DS de SI n°2 SLCI et cinématique (C6_7)_correction

Aucun document n'est autorisé, les calculatrices sont autorisées. Durée : 2 heures.
*(Les réponses se feront **exclusivement** sur le sujet.)*

1. Calculs vectoriels

Q1.1. Faire les figures planes (= figures géométrales) correspondant à l'énoncé ci-dessous.

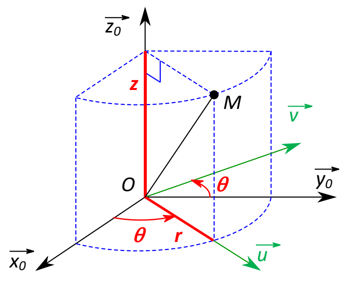
- On considère une rotation d'angle γ autour de l'axe $(O,\overrightarrow{z_1})$ qui permet de passer de la base $(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ à la deuxième base $(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$.
- On considère une rotation d'angle β autour de l'axe $(O,\overrightarrow{y_2})$ qui permet de passer de la base $(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ vers la base $(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})$.



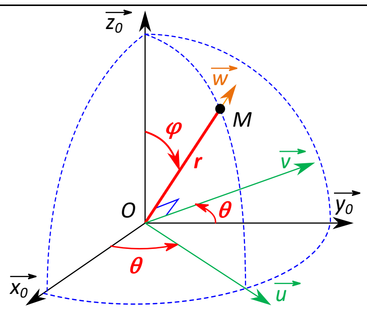
Q1.2. Compléter.

$\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_3/\mathcal{B}_2)} = \dot{\beta}.\overrightarrow{y_2}$ β est la position angulaire de la base 3 par rapport à la base 2, la vitesse de rotation de 3/2 est donc $\dot{\beta}$ et le vecteur rotation est porté par l'axe de rotation de 3/2 càd $(O,\overrightarrow{y_2})$. Finalement, $\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_3/\mathcal{B}_2)} = \overrightarrow{\Omega(3/2)} = \dot{\beta}.\overrightarrow{y_2}$. Remarquez que $\beta = (\overrightarrow{x_2};\overrightarrow{x_3})$, l'angle entre 2 et 3 donne la rotation de 3 par rapport à 2 !
$\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_1/\mathcal{B}_2)} = -\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_2/\mathcal{B}_1)} = -\dot{\gamma}.\overrightarrow{z_1}$
$\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_3/\mathcal{B}_1)} = \overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_3/\mathcal{B}_2)} + \overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_2/\mathcal{B}_1)} = \dot{\beta}.\overrightarrow{y_2} + \dot{\gamma}.\overrightarrow{z_1}$ (c'est la composition des vecteurs rotations)
Dans $\mathcal{B}_2$, $\overrightarrow{z_3} \wedge \overrightarrow{y_1} = (cos\beta.\overrightarrow{z_2} + sin\beta.\overrightarrow{x_2}) \wedge \overrightarrow{y_1} = -cos\beta.\overrightarrow{x_1} + sin\beta.cos\gamma.\overrightarrow{z_2}$ $= -cos\beta.(cos\gamma.\overrightarrow{x_2} - sin\gamma.\overrightarrow{y_2}) + sin\beta.cos\gamma.\overrightarrow{z_2}$
Dans $\mathcal{B}_1$, $\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{x_1} = (cos\beta.\overrightarrow{x_2} - sin\beta.\overrightarrow{z_1}) \wedge \overrightarrow{x_1} = -cos\beta.sin\gamma.\overrightarrow{z_1} - sin\beta.\overrightarrow{y_1}$

Q1.3. Exprimer la position du point M dans le repère $\mathcal{R}_0 = (0,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ exprimée dans $\mathcal{R}_0$ en fonction des paramètres (r,θ,z) puis des paramètres (r,θ,φ).



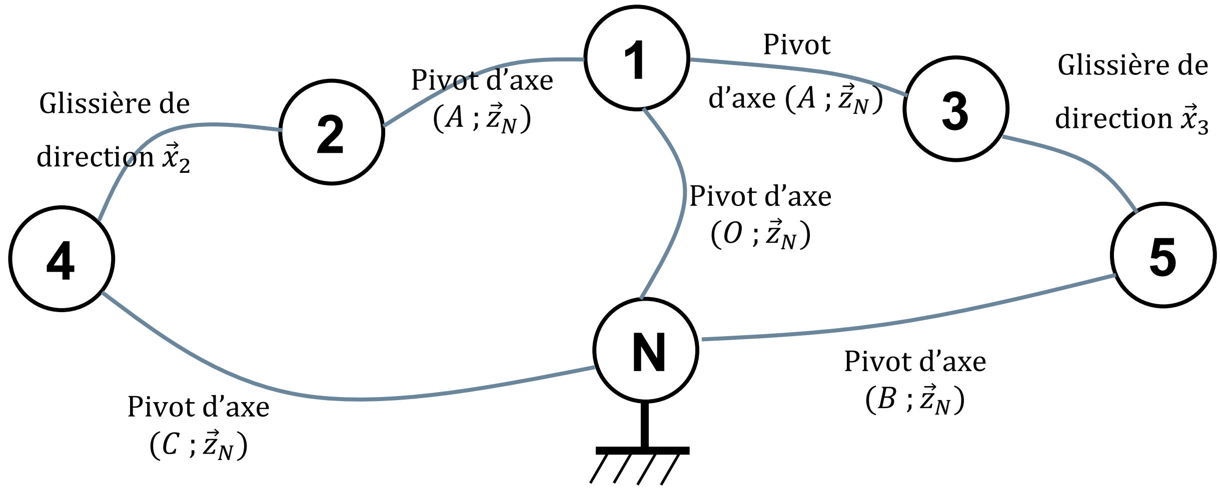
$\overrightarrow{OM} = r.\vec{u} + z.\vec{z}$
$= r.\cos\theta.\vec{x} + r.\sin\theta.\vec{y} + z.\vec{z}$



$\overrightarrow{OM} = r.\vec{w}$
$= r.\sin\varphi\cos\theta.\vec{x}$
$+ r.\sin\varphi\sin\theta.\vec{y} + r.\cos\varphi.\vec{z}$

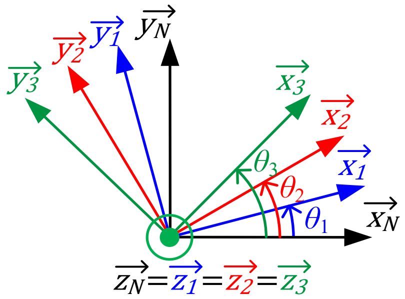
2. Quille pendulaire – cinématique du solide

Q2.1. Construire le graphe de liaisons à des informations de la figure A2.



La figure A2 et ses annexes, montrent des liaisons pivots et précisent que les liaisons entre les corps des vérins et leurs tiges sont des glissières.

Q2.2. Donner les figures planes des mouvements des bases $\mathcal{B}_i$ par rapport à la base $\mathcal{B}_N$ et exprimer $\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_i/\mathcal{B}_N)}$.



Quel que soit la configuration angulaire sur le schéma cinématique, les figures planes doivent présenter des rotations **directes**. Ici, tous les vecteurs rotations sont portés par $\vec{z}_N$ à multiplier par la dérivée de l'angle soit $\dot{\theta}_i$.

$$\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_1/\mathcal{B}_N)} = \dot{\theta}_1.\vec{z}_N$$

$$\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_2/\mathcal{B}_N)} = \dot{\theta}_2.\vec{z}_N$$

$$\overrightarrow{\Omega(\mathcal{B}_3/\mathcal{B}_N)} = \dot{\theta}_3.\vec{z}_N$$

Q2.3. Donner le vecteur position du point D appartenant à la quille 1 par rapport au navire N.

Le vecteur position est : $\boxed{\overrightarrow{OD} = -d.\vec{y}_1}$. et on ne projette pas, on dérivera avec la loi de BOUR !

Le premier point du vecteur position doit être l'origine du repère N.

Q2.4. Calculer par dérivation le vecteur vitesse du point D appartenant à la quille 1 par rapport au navire N.

On cherche $\overrightarrow{V(D \in 1/N)}$:

$$\overrightarrow{V(D \in 1/N)} = \left.\frac{d\overrightarrow{OD}}{dt}\right|_{\mathcal{B}_N} = \left.\frac{d(-d.\vec{y}_1)}{dt}\right|_{\mathcal{B}_N}$$

$$= \left.\frac{d(-d.\vec{y}_1)}{dt}\right|_{\mathcal{B}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/N)} \wedge (-d.\vec{y}_1)$$

$$= \vec{0} + \dot{\theta}_1.\vec{z}_1 \wedge (-d.\vec{y}_1)$$

$\Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{V(D \in 1/N)} = d.\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}}$	Homogénéité vérifiée : ☒

Q2.5. La longueur de la quille d= 4 m. En tenant compte du cahier des charges, quelle sera la vitesse maximale du bout de la quille (celle du point D) par rapport à la coque ? (Vous indiquerez l'exigence retenue pour votre calcul).

L'exigence id= 1.1.2.2.2. impose une vitesse maximale de rotation de la quille de 8 °/s correspondant à une vitesse en rad/s, $\dot{\theta}_1 = \frac{\pi}{180}.8 \approx 0{,}14\ rad.s^{-1}$. La vitesse maximale du point D de la quille 1 par rapport au navire N est donc :

$$\left|\overrightarrow{V(D \in 1/N)}\right|_{max} = 4.0{,}14 \Rightarrow \quad \boxed{\left|\overrightarrow{V(D \in 1/N)}\right|_{max} = 0{,}56\ m.s^{-1}}$$

Q2.6. Calculer par dérivation vectorielle le vecteur accélération du point D appartenant à la quille 1 par rapport au navire N (résultat à donner sous forme littérale).

Par définition : $\overrightarrow{\Gamma(D \in 1/N)} = \left.\frac{d\overrightarrow{V(D \in 1/N)}}{dt}\right|_{\mathcal{B}_N}$ sachant que : $\overrightarrow{V(D \in 1/N)} = d.\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\Gamma(D \in 1/N)} = \left.\frac{d\left(d.\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}\right)}{dt}\right|_{\mathcal{B}_N} = \left.\frac{d\left(d.\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}\right)}{dt}\right|_{\mathcal{B}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/N)} \wedge \left(d\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\Gamma(D \in 1/N)} = d\ddot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1} + \left(\dot{\theta}_1.\overrightarrow{z_1}\right) \wedge \left(d.\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}\right)$$

Au final : $\boxed{\overrightarrow{\Gamma(D \in 1/N)} = d.\ddot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1} + d.\dot{\theta}_1^2.\overrightarrow{y_1}}$	Homogénéité vérifiée : ☒

Q2.7. Calculer, par Varignon, le vecteur vitesse du point A appartenant à la quille 1 par rapport au navire N en fonction de $\dot{\theta}_1$ et d'une constante de longueur.

On a $\overrightarrow{V(A \in 1/N)} = \overrightarrow{V(O \in 1/N)} + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/N)}$

$$\overrightarrow{V(A \in 1/N)} = \vec{0} + (-a.\overrightarrow{y_1}) \wedge \left(\dot{\theta}_1.\overrightarrow{z_1}\right)$$

$\Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{V(A \in 1/N)} = -a.\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}}$	Homogénéité vérifiée : ☒

Q2.8. En écrivant que $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA}$, calculer, par dérivation, le vecteur vitesse du point A appartenant à la quille 1 par rapport au navire N en fonction de λ_2, $\dot{\lambda}_2$ et $\dot{\theta}_2$.

On a : $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA}$ avec le vecteur $\overrightarrow{OC}$ fixe dans $\mathcal{R}_N$ et $\overrightarrow{CA} = \lambda_2.\overrightarrow{x_2}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{V(A \in 1/N)} = \underbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt}\right|_{\mathcal{B}_N}}_{\substack{nul\ car\ \overrightarrow{OC}\ est \\ un\ vecteur\ de\ \mathcal{B}_N}} + \left.\frac{d\overrightarrow{CA}}{dt}\right|_{\mathcal{B}_N} = \vec{0} + \left.\frac{d(\lambda_2.\overrightarrow{x_2})}{dt}\right|_{\mathcal{B}_N}$$

$$= \left.\frac{d(\lambda_2.\overrightarrow{x_2})}{dt}\right|_{\mathcal{B}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/N)} \wedge (\lambda_2.\overrightarrow{x_2})$$

$$= \dot{\lambda}_2.\overrightarrow{x_2} + (\dot{\theta}_2.\overrightarrow{z_2}) \wedge (\lambda_2.\overrightarrow{x_2})$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{V(A \in 1/N)} = \dot{\lambda}_2.\overrightarrow{x_2} + \lambda_2\dot{\theta}_2.\overrightarrow{y_2}}$$

Homogénéité vérifiée : ☒

Q2.9. Calculer, par une composition passant par 3 et 5 , le vecteur vitesse du point A appartenant à la quille 1 par rapport au navire N.

$$\overrightarrow{V(A \in 1/N)} = \underbrace{\overrightarrow{V(A \in 1/3)}}_{=\vec{0}} + \underbrace{\overrightarrow{V(A \in 3/5)}}_{\left.\frac{d\overrightarrow{BA}}{dt}\right|_{\mathcal{B}_5}} + \underbrace{\overrightarrow{V(A \in 5/N)}}_{=\underbrace{\overrightarrow{V(B\in 5/N)}}_{=\vec{0}}+\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{\Omega(5/N)}}$$

$$= \vec{0} + \left.\frac{d(-\lambda_3.\overrightarrow{x_3})}{dt}\right|_{\mathcal{B}_5} + (\lambda_3.\overrightarrow{x_3}) \wedge (\dot{\theta}_3.\overrightarrow{z_3}) \quad (3\ est\ en\ translation\ par\ rapport\ à\ 5\ donc\ \mathcal{B}_3 = \mathcal{B}_5)$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{V(A \in 1/N)} = -\dot{\lambda}_3.\overrightarrow{x_3} - \lambda_3.\dot{\theta}_3.\overrightarrow{y_3}}$$

Homogénéité vérifiée : ☒

Q2.10. Que pouvez-vous dire de ces trois expressions du vecteur $\overrightarrow{V(A \in 1/N)}$?

Ces trois vecteurs sont égaux. Ils permettront d'écrire des relations entre les différents paramètres de mouvements du système.

Q2.11. Ecrire une fermeture géométrique permettant de trouver la fonction f telle que $\lambda_3 = f(\theta_1)$.

On doit passer par les points O, B et C seulement pour éviter d'avoir $\lambda_2(t)$ *et* θ_2 dans notre équation.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \Leftrightarrow \lambda_3(t).\overrightarrow{x_3} = -a.\overrightarrow{y_1} + b.\overrightarrow{x_N} + c.\overrightarrow{y_N}$$

$$\Leftrightarrow \lambda_3(t).\overrightarrow{x_3} = -a.(cos\theta_1.\overrightarrow{y_N} - sin\theta_1.\overrightarrow{x_N}) + b.\overrightarrow{x_N} + c.\overrightarrow{y_N} = (b + a.sin\theta_1).\overrightarrow{x_N} + (c - a.cos\theta_1).\overrightarrow{y_N}$$

Par le calcul des normes (à gauche $\mathcal{B}_3$ et à droite c'est $\mathcal{B}_N$), on obtient

$$\lambda_3(t)^2 = (b + a.sin\theta_1)^2 + (c - a.cos\theta_1)^2 \quad ①$$

$$\lambda_3(t) = +\sqrt{(b + a.sin\theta_1)^2 + (c - a.cos\theta_1)^2} \quad car\ \lambda_3(t) > 0$$

Q2.12. A partir du dossier, donner l'intervalle approximatif de variation de θ_1

La figure 3 suppose que θ_1 varie au moins, de $\pm 45°$

Q2.13. Donner la fonction réciproque f^{-1}.

L'équation 1 s'écrit : $\lambda_3(t)^2 - (a^2+b^2+c^2) = 2.a.(b.sin\theta_1 - c.cos\theta_1)$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda_3(t)^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2.a.\sqrt{b^2+c^2}} \quad (\underbrace{\frac{b}{\sqrt{b^2+c^2}}}_{=\cos(\varphi)}.sin\theta_1 + \underbrace{\frac{-c}{\sqrt{b^2+c^2}}}_{=\sin(\varphi)}.cos\theta_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda_3(t)^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2.a.\sqrt{b^2+c^2}} = \sin(\theta_1+\varphi) \;\; avec\; \varphi = \arctan\left(\frac{-c}{b}\right)$$

$$\Leftrightarrow \theta_1 = arcsin\left[\frac{\lambda_3(t)^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2.a.\sqrt{b^2+c^2}}\right] - \varphi \; avec\; \varphi = \arctan\left(\frac{-c}{b}\right) \;\; et\; \theta_1 \in \left[-\frac{\pi}{4};+\frac{\pi}{4}\right]$$

Q2.14. A-t-on des singularités de fonctionnement ? Expliquer.

Il y a singularité lorsque OAB sont alignés. La quille ne pourra pas s'incliner davantage. Le vérin 2-4 devra prendre la relève. Et inversement lorsque CAO seront alignés.

Q2.15. Comment sont-elles levées ?

.Le vérin 2-4 devra prendre la relève pour accentuer l'inclinaison. Et inversement lorsque CAO seront alignés.

3. Quille pendulaire – Asservissement

Modélisation du vérin

Q3.1. A partir de la modélisation d'un vérin (figure 12) et des équations temporelles (a) et (b), donner les fonctions de transfert A_i.

En tenant compte du schéma-blocs, (a) s'écrit : $\Sigma(p) = \left[Q(p).\frac{1}{S.p} - X(p)\right].\frac{2.B}{V.p}$ dans Laplace

On obtient, $\boldsymbol{A_1(p) = \frac{1}{S.p}}$ ***et*** $\boldsymbol{A_2(p) = \frac{2.B.S}{V}}$.

Par ailleurs, (b) s'écrit : $X(p) = [\Sigma(p).S - F_R(p)].\frac{1}{M.p^2+\lambda.p+k}$.

On a donc, $\boldsymbol{A_3(p) = S}$ ***et*** $\boldsymbol{A_4(p) = \frac{1}{M.p^2+\lambda.p+k}}$

Le schéma de la figure 12 peut se mettre sous la forme de la figure 13.

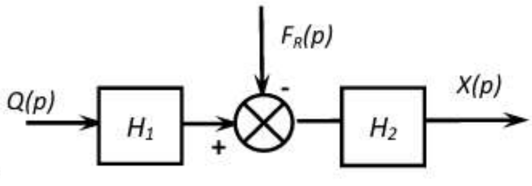
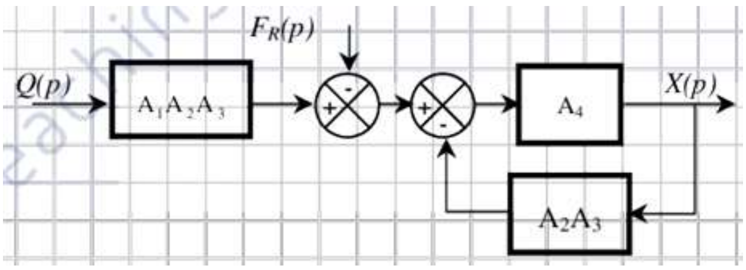


Figure 13 : Schéma-blocs réduit du vérin.

Q3.2. Indiquer les manipulations à effectuer et donner le nouveau schéma-blocs en fonction de A1, A2, A3 et A4.

On positionne le second sommateur à la gauche du premier sommateur (la permutation de blocs et de sommateur est autorisée mais attention, on ne permute pas sommateur et point de prélèvement). En on corrige

Nouveau schéma,



Q3.3. Donner les expressions des fonctions de transfert H1 et H2 en fonction de A1, A2, A3 et A4, puis de la variable p et des constantes. Préciser leurs classe et ordres.

On sait alors que $H_1(p) = A_1(p).A_2(p).A_3(p) = \frac{1}{p}.\frac{2.B.S}{V}$

Classe 1 et ordre 1

Et d'après Black, $H_2(p) = \frac{A_4(p)}{1+A_4(p).A_2(p).A_3(p)} = \frac{V}{M.V.p^2+\lambda.V.p+k.V+2.B.S^2}$

Classe 0 et ordre 2

Asservissement de la quille

Q3.4. Pourquoi a-t-on $K_c{}' = K_c$?

Dans un asservissement, l'écart $\epsilon(t)$, en sortie du comparateur, doit être nul lorsque $\theta_c = \theta$ $(pour\ t$ "grand"). Or, $\epsilon(t) = v_c(t) - v_m(t) = K_c'.\theta_c(t) - K_c.\theta(t)$.

La condition énoncée sera respectée ssi $K_c{}' = K_c$

Q3.5. On suppose que $H_{SV}(p) = K_{SV}$. Estimer la valeur de ce gain à partir de la figure 15.

On propose un modèle linéaire pour caractériser le comportement de la servovalve soit $q(t) = K_{SV}.v(t)$

Alors, $K_{SV} = \frac{\Delta q(t)}{\Delta v(t)} \approx \frac{2{,}2.10^{-2}-0}{10-0} \Leftrightarrow K_{SV} \approx 2{,}2.10^{-3}\ m^3.s^{-1}.V^{-1}$

On pose $H_P(p) = (\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)})_{F_R(p)=0}$

Q3.6. Quel est le nom de H_P ?

C'est la fonction de transfert en poursuite.

On pose $H_R(p) = (\frac{\Theta(p)}{F_R(p)})_{\Theta_c(p)=0}$

Q3.7. Quel est le nom de H_R ?

C'est la fonction de transfert en régulation.

Le correcteur $C(p)$ n'est pas encore choisi.

Q3.8. Calculer la fonction de transfert $H_P(p)$ en fonction de p, de C(p) et de constantes.

$H_P(p)$ est le produit de K_c par un boucle de Black.

Alors, $H_P(p) = K_c.\frac{C(p).K_{SV}.H_1(p).H_2(p).K_\theta}{1+K_c.C(p).K_{SV}.H_1(p).H_2(p).K_\theta}$

$$\Leftrightarrow H_P(p) = \frac{K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}{p.V.(M.V.p^2 + \lambda.V.p + k.V + 2.B.S^2) + K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}$$

Q3.9. Calculer la fonction de transfert $H_R(p)$ en fonction de p, de C(p) et de constantes.

La chaîne directe est maintenant $H_2(p).K_\theta$

$$H_R(p) = \frac{-H_2(p).K_\theta}{1 + K_c.C(p).K_{SV}.H_1(p).H_2(p).K_\theta}$$

$$\Leftrightarrow H_R(p) = \frac{-p.V.K_\theta}{p.V.(M.V.p^2 + \lambda.V.p + k.V + 2.B.S^2) + K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}$$

Q3.10. Donner l'expression de $\Theta(p)$ en fonction de $\Theta_c(p)$; $F_R(p)$; $H_P(p)$ et $H_R(p)$

On a, $\Theta(p) = H_P(p).\Theta_c(p) + H_R(p).F_R(p)$

On a le choix entre les deux correcteurs suivants afin de répondre à l'exigence de Précision :

- Correcteur proportionnel-Intégral (PI) tel que $C(p) = C_1(p) = \frac{K_i.(1+\tau_i.p)}{\tau_i.p}$, K_i *et* τ_i *sont des constantes* ;
- Correcteur dérivateur $C(p) = C_2(p) = K_{cor}.p$, K_{cor} *est une constante.*

On rappelle que l'expression de l'erreur statique est $e_{stat} = \lim_{t\to+\infty} \left(\theta_c(t) - \theta(t)\right)$

Par ailleurs, l'erreur statique en position est définie par des entrées échelons (aussi appelées indicielles).

On donne $\theta_c(t) = \theta_{c0}.u(t)$ *et* $f_R(t) = f_{R0}.u(t)$; $u(t)$ *étant l'échelon unité.*

Q3.11. Donner l'expression de e_{stat} en fonction de p de C(p) et de constantes après l'élimination de tous les termes qui peuvent l'être.

Le théorème de la valeur finale affirme que :

$$e_{stat} = \lim_{t\to+\infty} \left(\theta_c(t) - \theta(t)\right) = \lim_{p\to 0}\ p.\left(\Theta_c(p) - \Theta(p)\right)$$

$$\Rightarrow e_{stat} = \lim_{p\to 0}\ p.\left(\Theta_c(p) - H_P(p).\Theta_c(p) - H_R(p).F_R(p)\ \right)$$

$$\Rightarrow e_{stat} = \lim_{p\to 0}\ p.\left(\underbrace{\frac{\theta_{c0}}{p} - H_P(p).\frac{\theta_{c0}}{p}}_{\substack{erreur\ en\\ poursuite}} - \underbrace{H_R(p).\frac{f_{R0}}{p}}_{\substack{erreur\ en\\ régulation}}\right)$$

$$\Rightarrow e_{stat} = \lim_{p\to 0}\ \left(\theta_{c0} - H_P(p).\theta_{c0} - H_R(p).f_{R0}\ \right)$$

$$\Rightarrow e_{stat} = \lim_{p\to 0}\ \left(\theta_{c0} - \frac{K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}{p.V.(M.V.p^2 + \lambda.V.p + k.V + 2.B.S^2) + K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}.\theta_{c0} + \frac{-p.V.K_\theta}{p.V.(M.V.p^2 + \lambda.V.p + k.V + 2.B.S^2) + K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}.f_{R0}\right)$$

Et en éliminant ce qui peut l'être,

$$\Rightarrow e_{stat} = \lim_{p\to 0}\ \left(\theta_{c0} - \frac{K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}{K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}.\theta_{c0} - \frac{-p.V.K_\theta}{K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}.f_{R0}\right)$$

$$\Rightarrow e_{stat} = \lim_{p\to 0}\ \left(\underbrace{\theta_{c0} - 1.\theta_{c0}}_{\substack{erreur\ en\\ poursuite}} + \frac{p.V.K_\theta}{K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}.f_{R0}\right)$$

L'erreur en poursuite est donc nulle. Reste à étudier l'erreur en régulation.

Q3.12. Quel correcteur choisir pour satisfaire l'exigence de Précision ? Justifier.

L'exigence Id 1.1.2.1 impose une erreur de position nulle. Cette contrainte sera vérifiée si l'erreur de régulation est nulle.

$$\lim_{p\to 0}\left(\frac{p.V.K_\theta}{K_c.C(p).K_{SV}.2.B.S.K_\theta}.f_{R0}\right)=0$$

Il faut donc que $C(p)$ ne soit pas proportionnel à $p^n \quad avec\ n \geq 1$.

Si $n=1$, l'erreur est finie mais non nulle. Pour $n>1, l'erreur\ de\ régulation\ devient\ infinie$.

Le correcteur $C_2(p)=K_{cor}.p$ ne convient donc pas.

Le choix se portera sur le correcteur proportionnel-Intégral $C(p)=C_1(p)=\frac{K_i.(1+\tau_i.p)}{\tau_i.p}$ $\left(en\ p^{-1}\right)$.

$$\lim_{p\to 0}\left(\frac{p.V.K_\theta}{K_c.\frac{\boldsymbol{K_i.(1+\tau_i.p)}}{\boldsymbol{\tau_i.p}}.K_{SV}.2.B.S.K_\theta}.f_{R0}\right)=0$$

Q3.13. Question subsidiaire. Donner la forme canonique de $H_R(p)$ si $C(p)=C_2(p)$.

On a alors,

$$H_R(p)=\frac{-p.V.K_\theta}{p.V.(M.V.p^2+\lambda.V.p+k.V+2.B.S^2)+K_c.K_{cor}.p\,.K_{SV}.2.B.S.K_\theta}$$

$$\Leftrightarrow H_R(p)=\frac{-V.K_\theta}{V.(M.V.p^2+\lambda.V.p+k.V+2.B.S^2)+K_c.K_{cor}.K_{SV}.2.B.S.K_\theta}$$

$$\Leftrightarrow H_R(p)=\frac{-V.K_\theta}{M.V^2.p^2+\lambda.V^2.p+k.V^2+2.B.S^2.V+K_c.K_{cor}.K_{SV}.2.B.S.K_\theta}$$

Et en mettant en facteur le terme constant du dénominateur,

$$\Leftrightarrow H_R(p)=\frac{\frac{-V.K_\theta}{2.B.S.(S.V+K_c.K_{cor}.K_{SV}.K_\theta)}}{\frac{M.V^2}{2.B.S.(S.V+K_c.K_{cor}.K_{SV}.K_\theta)}.p^2+\frac{\lambda.V^2}{2.B.S.(S.V+K_c.K_{cor}.K_{SV}.K_\theta)}.p+1}$$